Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
odpowiedź	**B**	**C**	**D**	**A**	**C**	**B**	**A**	**A**	**D**	**A**	**C**	**C**	**D**

Schemat punktowania zadań otwartych

Zadanie 14. (*2pkt*)

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………………1 punkt gdy:

- wyłączy wspólny czynnik przed nawias oraz obliczy lub poda prawidłowo pierwiastki trójmianu kwadratowego $2x^2 - x - 3$,

albo

- wyłączy wspólny czynnik przed nawias i popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmiany kwadratowego i konsekwentnie do popełnionego błędu rozłoży wielomian na czynniki.

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………........2 punkt gdy:

- poprawnie rozłoży wielomian na czynniki: $W(x) = 2x^2(x+1)\left(x - 1\frac{1}{2}\right)$.

Zadanie 15. (*2pkt*)

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………………1 punkt gdy:

- przekształci wyrażenie $(1+\sin\alpha)\left(\frac{1}{\cos\alpha} - tg\alpha\right)$ do postaci $\frac{1}{\cos\alpha} - \sin\alpha \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- wyznaczy $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ i $tg\alpha = 2\sqrt{2}$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- obliczy długość drugiej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego o jednej przyprostokątnej długości 1 i przeciwprostokątnej długości 3 (lub ich wielokrotności) i zaznaczy w tym trójkącie poprawnie kąt α, oraz wyznaczy $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ i $tg\alpha = 2\sqrt{2}$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu sinusa kąta α i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie do końca.

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………........2 punkt gdy:

- obliczy wartość tego wyrażenia: $\frac{1}{3}$.

Zadanie 16. (*2pkt*)

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………………1 punkt gdy:

- oblicz lub poda długość boku BC i zauważy, że ΔABC jest podobny do ΔBCD i na tym poprzestanie.

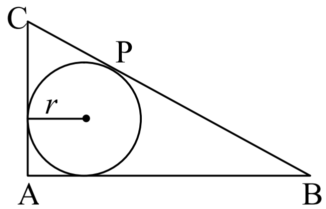
Zdający otrzymuje ……………………………………………………………........2 punkt gdy:

- obliczy długość boku BD, $|BD| = 2{,}4$.

Zadanie 17. (*2pkt*)

Zdający otrzymuje ……………………………………………………………………1 punkt gdy:

- zapisze równanie: $(CP + r)^2 + (BP + r)^2 = (CP + BP)^2$,
  gdzie r jest promieniem okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny.



Zdający otrzymuje ……………………………………………………………........2 punkt gdy:

- doprowadzi równanie do postaci: $CP \cdot PB = CP \cdot r + PB \cdot r + r^2$ i uzasadni tezę,

albo

- doprowadzi równanie do postaci: $CP \cdot PB = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CP \cdot r + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot PB \cdot r + r^2$
  i uzasadni tezę.

Zadanie 18. (*5pkt*)

Uwaga
W poniżej zamieszczonym schemacie używamy niewiadomych *x*, *y* oznaczających odpowiednio, liczbę kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczbę dni, które Janek potrzebuje na przebycie drogi. Oczywiście w pracach maturalnych te niewiadome mogą być oznaczane w inny sposób. Nie wymagamy, by te niewiadome były wyraźnie opisane na początku rozwiązania, o ile z postaci równań jasno wynika ich znaczenie.

sposób rozwiązania
Przyjmujemy oznaczenia np.: *x*, *y* – liczba kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczba dni, które potrzebuje on na przebycie drogi.
Zapisujemy zależność między liczbą kilometrów i liczbą dni w sytuacji opisanej w zadaniu
$520=(x+12)\cdot(y-3)$

Następnie zapisujemy układ równań $\begin{cases} 520 = x\cdot y \\ 520=(x+12)\cdot(y-3)\end{cases}$

Rozwiązując układ równań doprowadzamy do równania z jedną niewiadomą, np.:

Rozwiązujemy równania otrzymując kolejno:	
$\left(\frac{520}{y}+12\right)(y-3)=520$ $520-\frac{1560}{y}+12y-36=520$ mnożymy obie strony przez y $12y^2-36y-1560=0$ dzielimy obie strony przez 12 $y^2-3y-130=0$ $\Delta=9+520=23^2$ $y_1=\frac{3-23}{2}=-10$ $y_2=\frac{3+23}{2}=13$ y_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y-3=13-3=10$.	$(x+12)\cdot\left(\frac{520}{x}-3\right)=520$ $520-3x+\frac{6240}{x}-36=520$ mnożymy obie strony przez x $-3x^2-36x+6240=0$ dzielimy obie strony przez -3 $x^2+12x-2080=0$ $\Delta=144+8320=92^2$ $x_1=\frac{-12-92}{2}=-52$ $x_2=\frac{-12+92}{2}=40$, x_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Janek na przebycie drogi $y=\frac{520}{40}=13$. Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y-3=13-3=10$.
$(12y-36)\cdot y=1560$ $12y^2-36y-1560=0$ dzielimy obie strony przez 12 $y^2-3y-130=0$ $\Delta=9+520=23^2$	$(3x+36)\cdot x=6240$ $3x^2+36x-6240=0$ dzielimy obie strony przez 3 $x^2+12x-2080=0$ $\Delta=144+8320=92^2$

$y_1 = \frac{3-23}{2} = -10 \quad y_2 = \frac{3+23}{2} = 13$ y_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y-3=13-3=10$.	$x_1 = \frac{-12-92}{2} = -52 \quad x_2 = \frac{-12+92}{2} = 40$, x_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Janek na przebycie drogi $y = \frac{520}{40} = 13$. Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y-3=13-3=10$.
Zapisujemy odpowiedź: Janek potrzebuje 13 dni, a Tomek 10 dni na przebycie tej drogi.	

<u>**Schemat oceniania**</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest wprawdzie niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .... **1 pkt**
Zapisanie zależności między liczbą kilometrów i liczbą dni dla Janka, np.: $520 = x \cdot y$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... **2 pkt**
Zapisanie układu równań z niewiadomymi x i y – odpowiednio liczba kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczba dni, które Janek potrzebuje na przebycie drogi:

$$\begin{cases} 520 = x \cdot y \\ 520 = (x+12)\cdot(y-3) \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... **3 pkt**
Zapisanie równania z jedną niewiadomą x lub y, np:

$$\left(\frac{520}{y}+12\right)(y-3) = 520 \text{ lub } (x+12)\cdot\left(\frac{520}{x}-3\right) = 520$$

Zdający nie musi zapisywać układu równań, może bezpośrednio zapisać równanie z jedną niewiadomą.

<u>uwaga</u>
Jeżeli zdający przy pokonywaniu zasadniczych trudności zadania popełni błędy rachunkowe, usterki i na tym zakończy to otrzymuje 2 pkt

Rozwiązanie zadania do końca lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania (np. błędy rachunkowe) .... **4 pkt**

- doprowadzenie równania wymiernego do równania kwadratowego

albo

- rozwiązanie równania z niewiadomą x bezbłędnie: $x = 40$ lub $x = -52$ i nieobliczenie liczby dni, których potrzebują na przebycie drogi obydwaj turyści

albo

- rozwiązanie równania z niewiadomą y z błędem rachunkowym i konsekwentne obliczenie liczby dni, które potrzebuje na przebycie drogi Tomek

albo

- rozwiązanie równania z niewiadomą x z błędem rachunkowym i konsekwentne obliczenie liczby dni, których potrzebują na przebycie drogi obydwaj turyści

Rozwiązanie pełne .... **5 pkt**

Obliczenie liczby dni, których potrzebuje odpowiednio Janek i Tomek na przebycie drogi: 13 dni i 10 dni.

Zadanie 19. (*4pkt*)

<u>I sposób rozwiązania</u>

Korzystając, że ciąg $(9, x+2, y)$ jest arytmetyczny zapisujemy $2(x+2)=9+y$, a z tego, że ciąg $(9, x, y)$ jest geometryczny $x^2=9y$.

Zapisujemy układ równań: $\begin{cases} 2(x+2)=9+y \\ x^2=9y \end{cases}$.

Doprowadzamy układ równań do równania kwadratowego $x^2-18x+45=0$ i obliczamy $x=15$ lub $x=3$.

Odrzucamy rozwiązanie $x=3$ i obliczamy $y=25$.

<u>Schemat oceniania I sposobu rozwiązania</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest wprawdzie niewielki, ale konieczny na drodze do całkowitego rozwiązania zadania ....1 pkt

- wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i zapisanie odpowiedniego równania np. $2(x+2)=9+y$

albo

- wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania np. $x^2=9y$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ....2 pkt

zapisanie układu równań np.:

$$\begin{cases} 2(x+2)=9+y \\ x^2=9y \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania ....3 pkt

- przekształcenie układu równań do równania umożliwiającego obliczenie x np. $x^2-18x+45=0$ i poprzestanie na tym

albo

- obliczenie y z błędem rachunkowym

Rozwiązanie pełne ....4 pkt

obliczenie x i podanie odpowiedzi: $y=25,\ x=15$.

<u>II sposób rozwiązania</u>

- Zapisujemy kolejno $\begin{cases} a_1=9 \\ a_2=x+2 \\ a_3=y \end{cases}$, $\begin{cases} a_1=9 \\ a_1+r=x+2 \\ a_1+2r=y \end{cases}$, $\begin{cases} x=7+r \\ y=9+2r \end{cases}$ stąd $y=2x-5$.

- Zapisujemy kolejno $b_1=9,\ \ b_2=x,\ \ b_3=y$, $q=\frac{x}{9}=\frac{y}{x}$ stąd $y=\frac{x^2}{9}$.

<u>Schemat oceniania I sposobu rozwiązania</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest wprawdzie niewielki, ale konieczny na drodze do całkowitego rozwiązania zadania ....1 pkt

- wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i zapisanie np. $\begin{cases} x=7+r \\ y=9+2r \end{cases}$

albo

- wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie $y = \frac{x^2}{9}$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp..2 pkt
zapisanie układu równań np.:

$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = \frac{x^2}{9} \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania...3 pkt

- przekształcenie układu równań do równania umożliwiającego obliczenie x np.

  $2x - 5 = \frac{x^2}{9}$ i poprzestanie na tym

albo

- obliczenie y z błędem rachunkowym

albo

- nieodrzucenie rozwiązania $x = 3$ i podanie dwóch ciągów (jednego spełniającego warunki zadania, drugiego nie spełniającego warunków zadania)

Rozwiązanie pełne ....4 pkt
obliczenie x i podanie odpowiedzi: $x = 15$, $y = 25$.