

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD			PESEL																

*miejsce  
na naklejkę*

dyskalkulia

dysleksja

## **EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM PODSTAWOWY**

DATA: **3 czerwca 2016 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

### **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–33).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–33) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-PI\_1P-163

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}$  jest równa

- A.  $42^{36}$                       B.  $42^7$                       C. 6                      D. 1

**Zadanie 2. (0–1)**

Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru podwyższono o 30%. Takie dwie podwyżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną podwyżką

- A. o 50%                      B. o 56%                      C. o 60%                      D. o 66%

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba  $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$  jest równa

- A.  $\sqrt[6]{3}$                       B.  $\sqrt[4]{3}$                       C.  $\sqrt[3]{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

**Zadanie 4. (0–1)**

Różnica  $50001^2 - 49999^2$  jest równa

- A. 2 000 000                      B. 200 000                      C. 20 000                      D. 4

**Zadanie 5. (0–1)**

Najmniejsza wartość wyrażenia  $(x - y)(x + y)$  dla  $x, y \in \{2, 3, 4\}$  jest równa

- A. 2                      B. -24                      C. 0                      D. -12

**Zadanie 6. (0–1)**

Wartość wyrażenia  $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$  jest równa

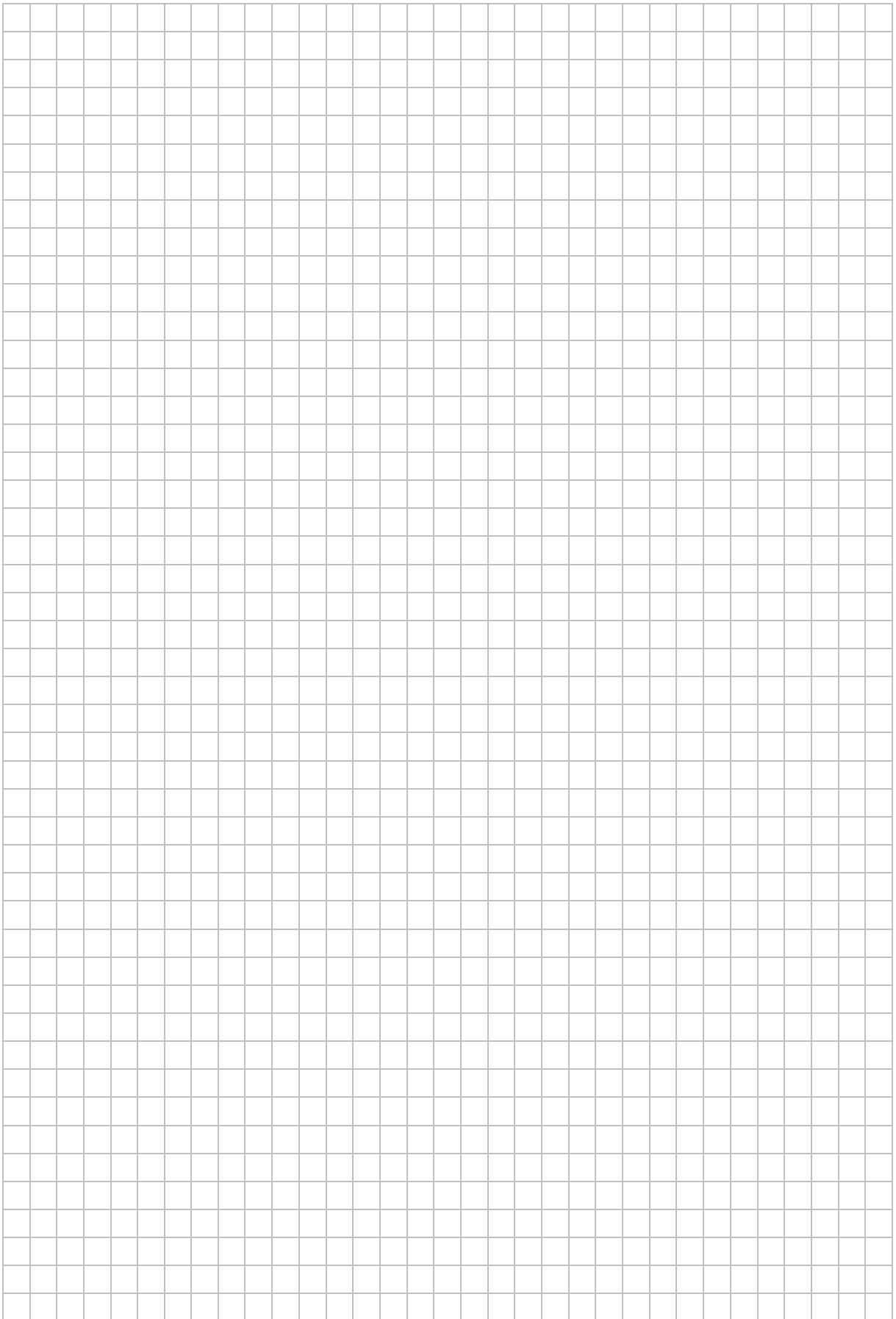
- A. -1                      B. -2                      C.  $\log_3 \frac{5}{11}$                       D.  $\log_3 \frac{31}{18}$

**Zadanie 7. (0–1)**

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania  $(x - 8)(x^2 - 4)(x^2 + 16) = 0$ , wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

- A. 12                      B. 10                      C. 6                      D. 4

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 8. (0–1)**

Rozwiązaniem równania  $\frac{x-7}{x} = 5$ , gdzie  $x \neq 0$ , jest liczba należąca do przedziału

- A.  $(-\infty, -2)$       B.  $\langle -2, -1 \rangle$       C.  $\langle -1, 0 \rangle$       D.  $(0, +\infty)$

**Zadanie 9. (0–1)**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{2x^3}{x^4+1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wtedy liczba

$f(-\sqrt{2})$  jest równa

- A.  $-\frac{8}{5}$       B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$       D.  $-\frac{4}{3}$

**Zadanie 10. (0–1)**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f(x) = -2(x+5)(x-11)$ . Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  jest rosnąca.

- A.  $(-\infty, 3)$       B.  $(-\infty, 5)$       C.  $(-\infty, 11)$       D.  $\langle 6, +\infty \rangle$

**Zadanie 11. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 6(n-16)$  dla  $n \geq 1$ . Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A.  $-54$       B.  $-126$       C.  $-630$       D.  $-270$

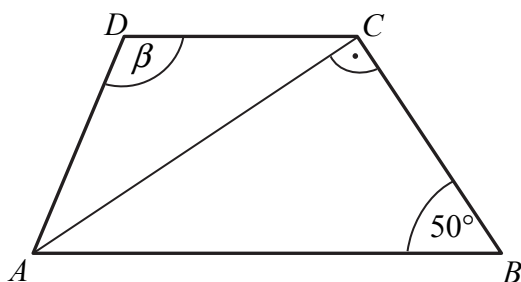
**Zadanie 12. (0–1)**

Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = 72$  i  $a_4 = 9$ . Iloraz  $q$  tego ciągu jest równy

- A.  $q = \frac{1}{2}$       B.  $q = \frac{1}{6}$       C.  $q = \frac{1}{4}$       D.  $q = \frac{1}{8}$

**Zadanie 13. (0–1)**

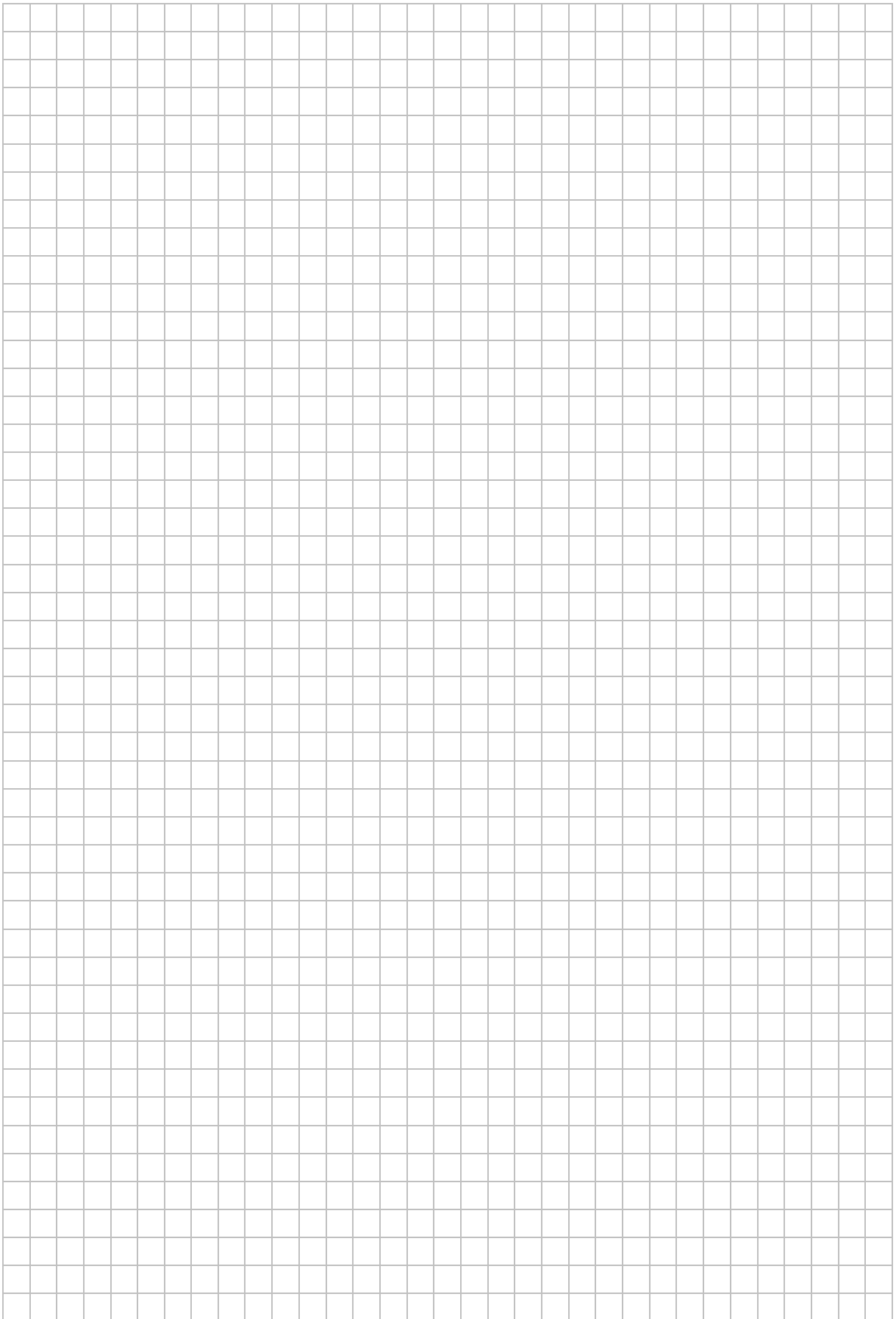
Dany jest trapez  $ABCD$ , w którym przekątna  $AC$  jest prostopadła do ramienia  $BC$ ,  $|AD| = |DC|$  oraz  $|\sphericalangle ABC| = 50^\circ$  (zobacz rysunek).



Stąd wynika, że

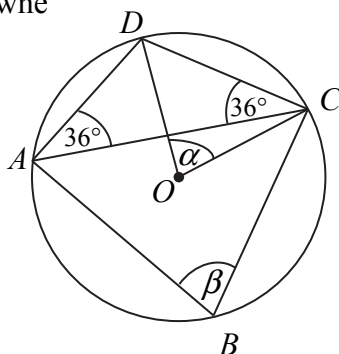
- A.  $\beta = 100^\circ$       B.  $\beta = 120^\circ$       C.  $\beta = 110^\circ$       D.  $\beta = 130^\circ$

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 14. (0–1)**

Punkty  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  leżą na okręgu o środku  $O$  (zobacz rysunek). Miary zaznaczonych kątów  $\alpha$  i  $\beta$  są odpowiednio równe



- A.  $\alpha = 36^\circ, \beta = 72^\circ$                       B.  $\alpha = 54^\circ, \beta = 72^\circ$   
 C.  $\alpha = 36^\circ, \beta = 108^\circ$                       D.  $\alpha = 72^\circ, \beta = 72^\circ$

**Zadanie 15. (0–1)**

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

- A.  $10^6$                       B.  $10^7$                       C. 10                      D.  $10^8$

**Zadanie 16. (0–1)**

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę  $150^\circ$ . Pole tego trójkąta jest równe

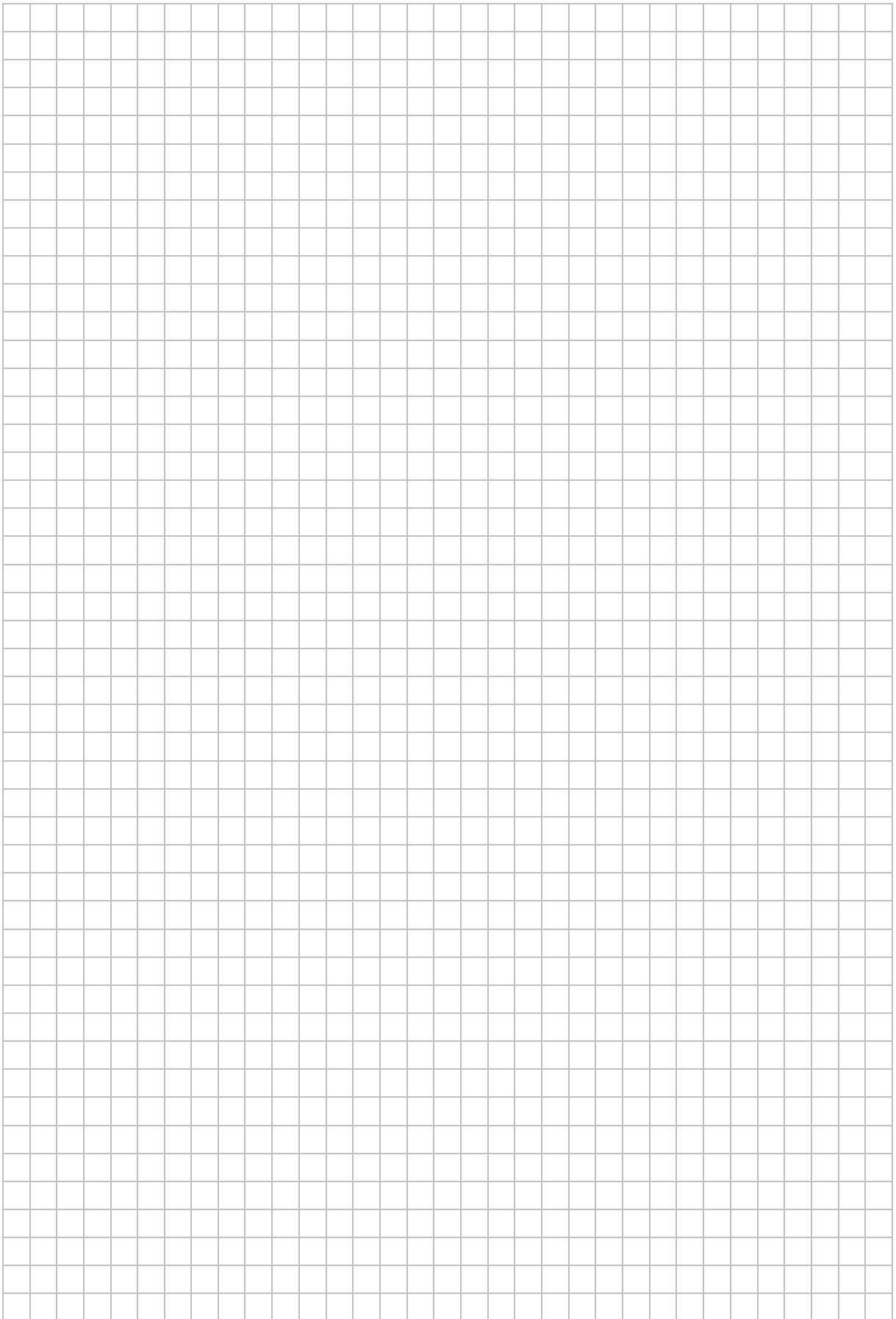
- A. 100                      B. 200                      C.  $100\sqrt{3}$                       D.  $100\sqrt{2}$

**Zadanie 17. (0–1)**

Prosta określona wzorem  $y = ax + 1$  jest symetralną odcinka  $AB$ , gdzie  $A = (-3, 2)$  i  $B = (1, 4)$ . Wynika stąd, że

- A.  $a = -\frac{1}{2}$                       B.  $a = \frac{1}{2}$                       C.  $a = -2$                       D.  $a = 2$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 18. (0–1)**

Układ równań  $\begin{cases} y = -ax + 2a \\ y = \frac{b}{3}x - 2 \end{cases}$  nie ma rozwiązań dla

- A.  $a = -1$  i  $b = -3$
- B.  $a = 1$  i  $b = 3$
- C.  $a = 1$  i  $b = -3$
- D.  $a = -1$  i  $b = 3$

**Zadanie 19. (0–1)**

Do pewnej liczby  $a$  dodano 54. Otrzymaną sumę podzielono przez 2. W wyniku tego działania otrzymano liczbę dwa razy większą od liczby  $a$ . Zatem

- A.  $a = 27$
- B.  $a = 18$
- C.  $a = 24$
- D.  $a = 36$

**Zadanie 20. (0–1)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego  $ABCDS$  jest kwadrat  $ABCD$ . Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta  $ASC$  jest równa

- A.  $45^\circ$
- B.  $30^\circ$
- C.  $75^\circ$
- D.  $90^\circ$

**Zadanie 21. (0–1)**

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech  $p$  oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie jednego orła w tych trzech rzutach. Wtedy

- A.  $0 \leq p < 0,25$
- B.  $0,25 \leq p \leq 0,4$
- C.  $0,4 < p \leq 0,5$
- D.  $p > 0,5$

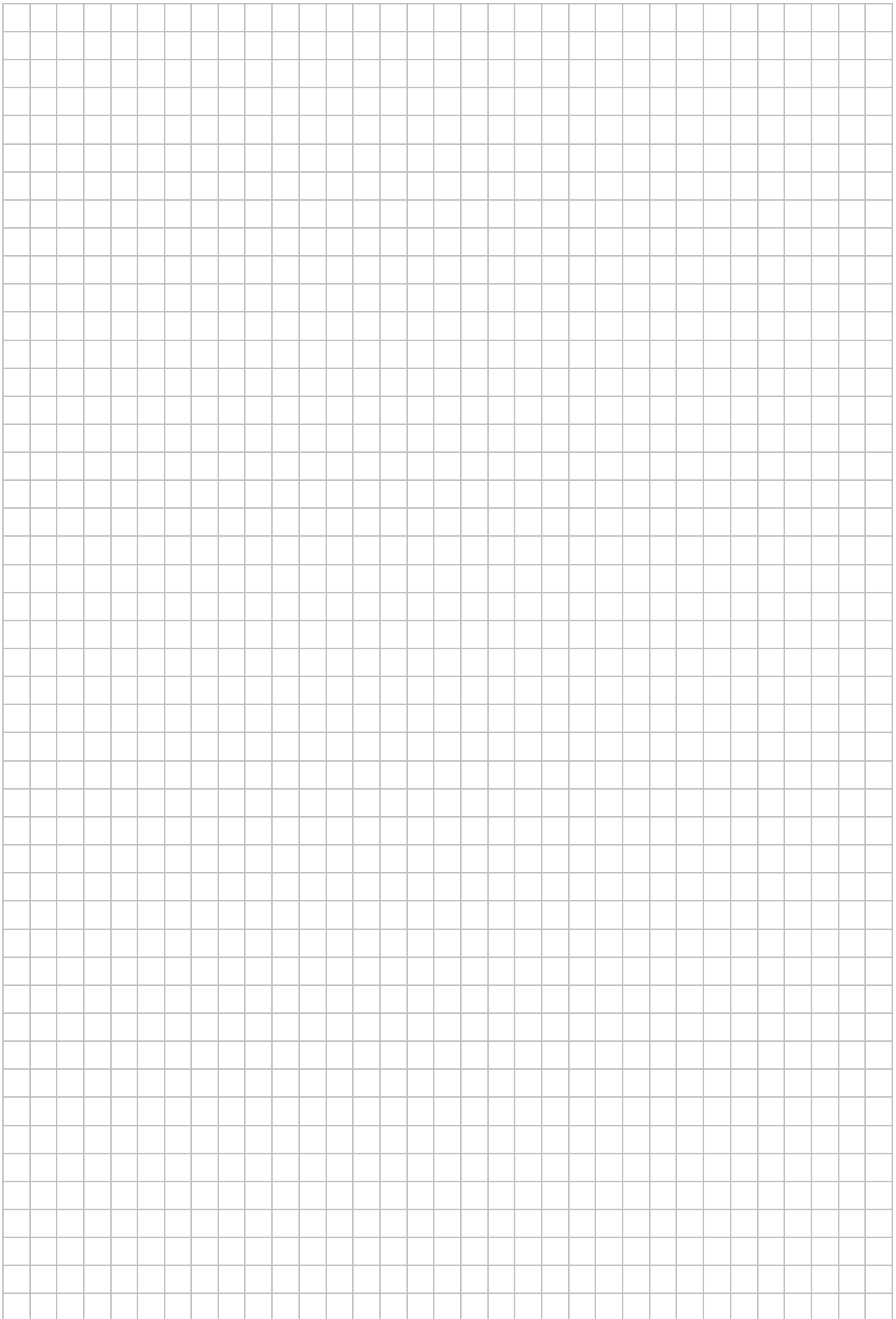
**Zadanie 22. (0–1)**

Średnia arytmetyczna czterech liczb:  $x-1$ ,  $3x$ ,  $5x+1$  i  $7x$  jest równa 72. Wynika stąd, że

- A.  $x = 9$
- B.  $x = 10$
- C.  $x = 17$
- D.  $x = 18$

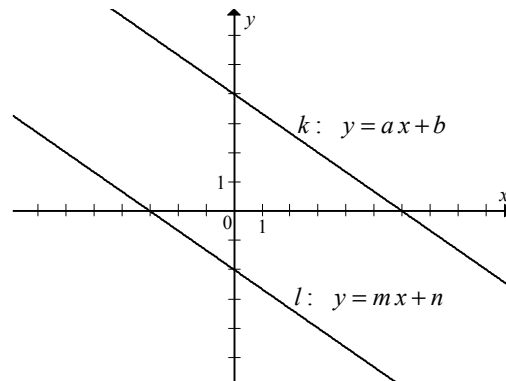


**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 23. (0–1)**

Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe  $k$  i  $l$  o równaniach  $y = ax + b$  oraz  $y = mx + n$ . Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.



Zatem

- A.  $a \cdot m > 0$  i  $b \cdot n > 0$                       B.  $a \cdot m > 0$  i  $b \cdot n < 0$   
 C.  $a \cdot m < 0$  i  $b \cdot n > 0$                       D.  $a \cdot m < 0$  i  $b \cdot n < 0$

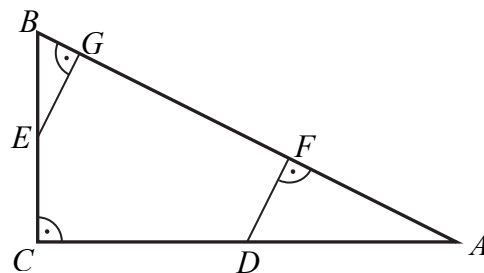
**Zadanie 24. (0–1)**

Dane są dwie sumy algebraiczne  $3x^3 - 2x$  oraz  $-3x^2 - 2$ . Iloczyn tych sum jest równy

- A.  $-9x^5 + 4x$                                       B.  $-9x^6 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$   
 C.  $-9x^5 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$                       D.  $-9x^6 + 4x$

**Zadanie 25. (0–1)**

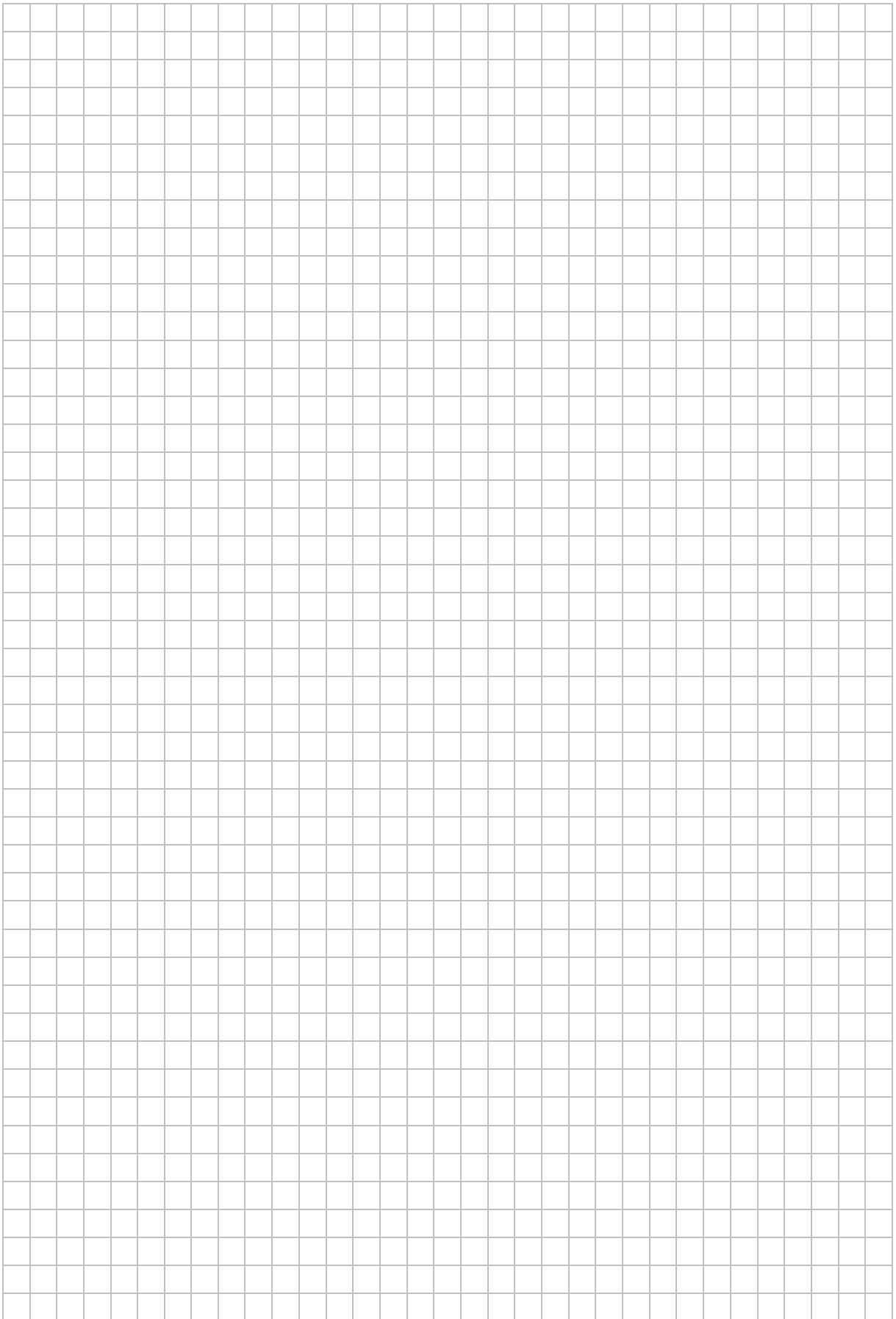
Punkty  $D$  i  $E$  są środkami przyprostokątnych  $AC$  i  $BC$  trójkąta prostokątnego  $ABC$ . Punkty  $F$  i  $G$  leżą na przeciwprostokątnej  $AB$  tak, że odcinki  $DF$  i  $EG$  są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta  $BGE$  jest równe 1, a pole trójkąta  $AFD$  jest równe 4.



Zatem pole trójkąta  $ABC$  jest równe

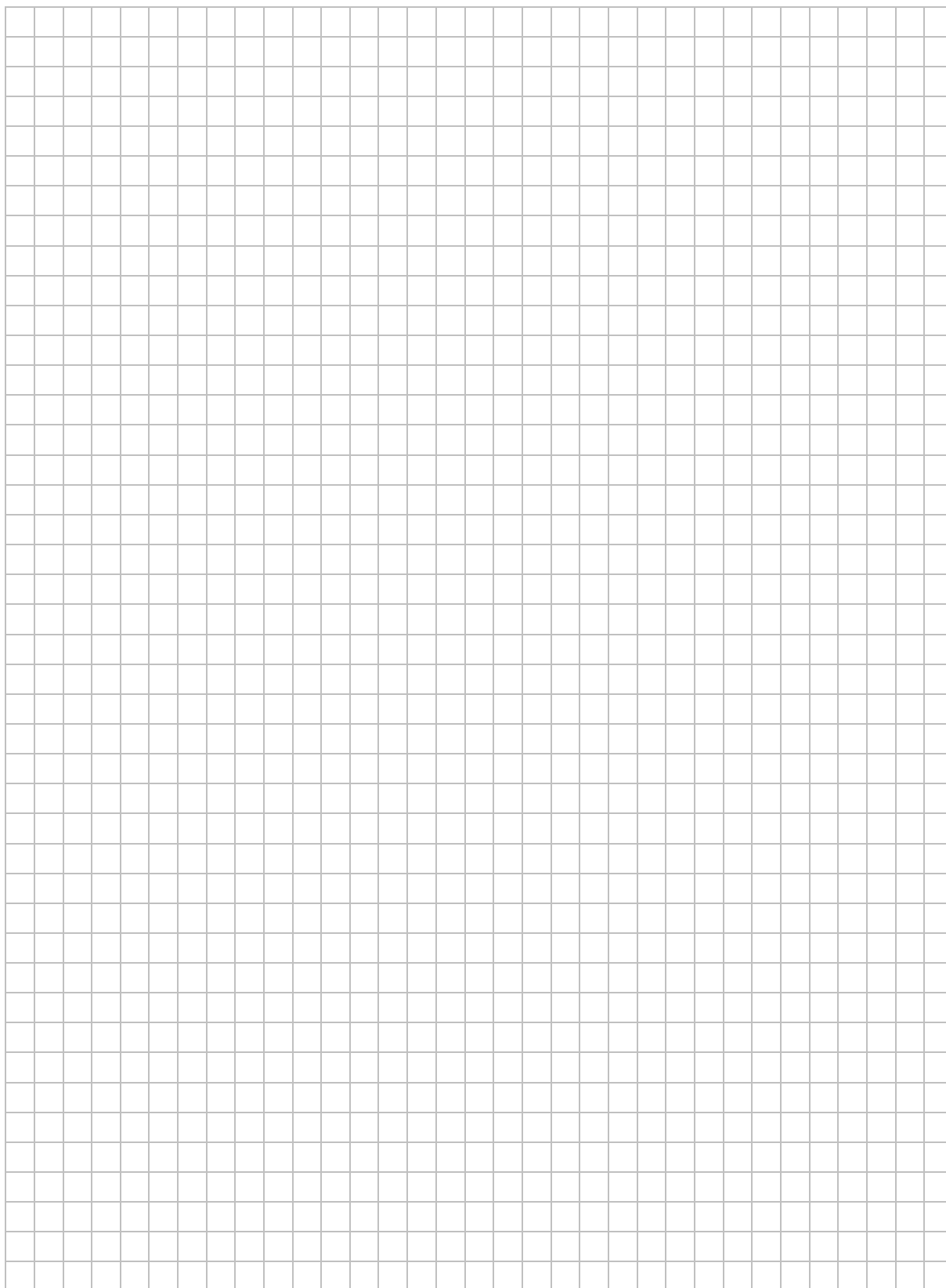
- A. 12                      B. 16                      C. 18                      D. 20

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 26. (0-2)**

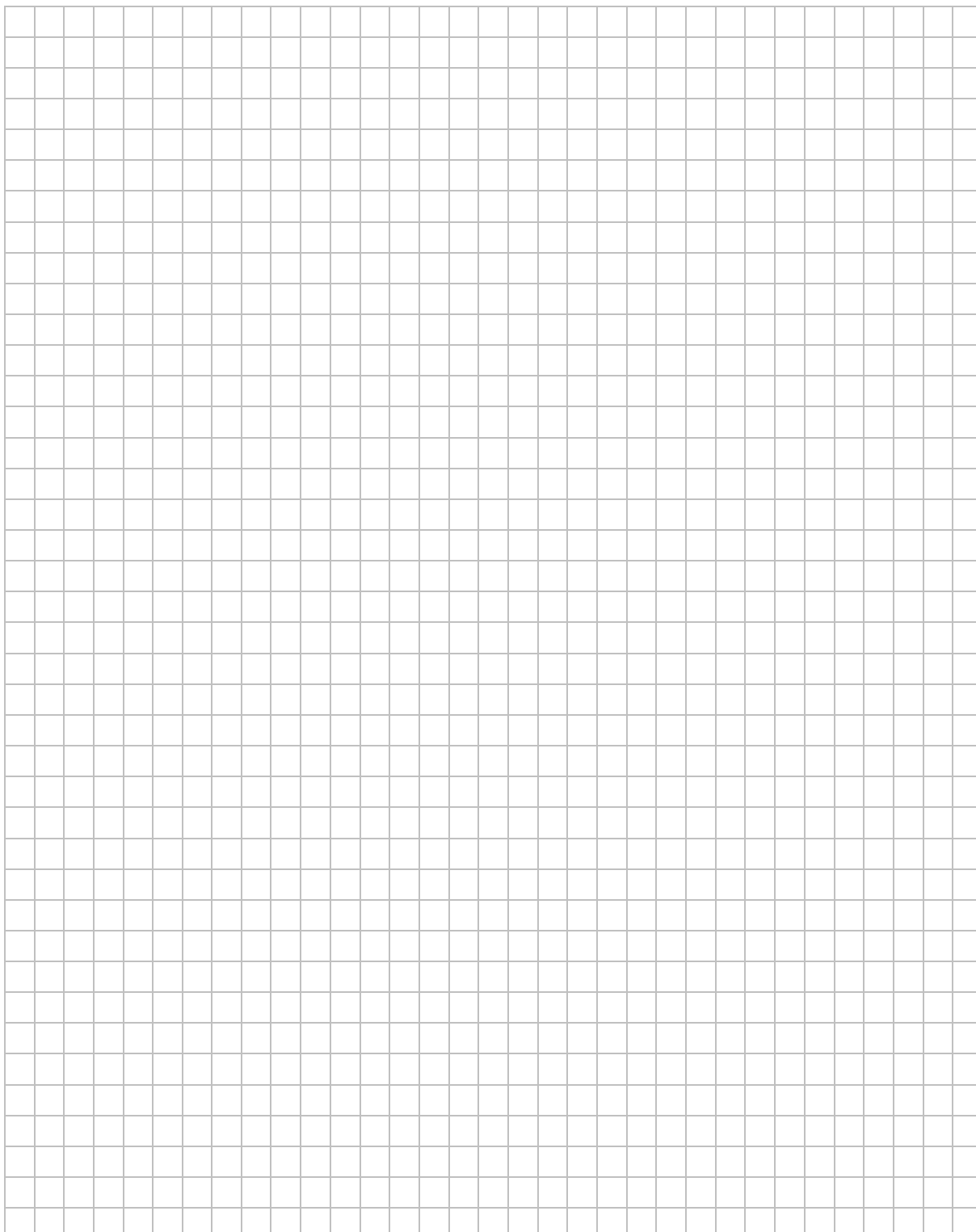
Rozwiąż równanie  $\frac{2x+1}{2x} = \frac{2x+1}{x+1}$ , gdzie  $x \neq -1$  i  $x \neq 0$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 27. (0–2)**

Dane są proste o równaniach  $y = x + 2$  oraz  $y = -3x + b$ , które przecinają się w punkcie leżącym na osi  $Oy$  układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi  $Ox$ .

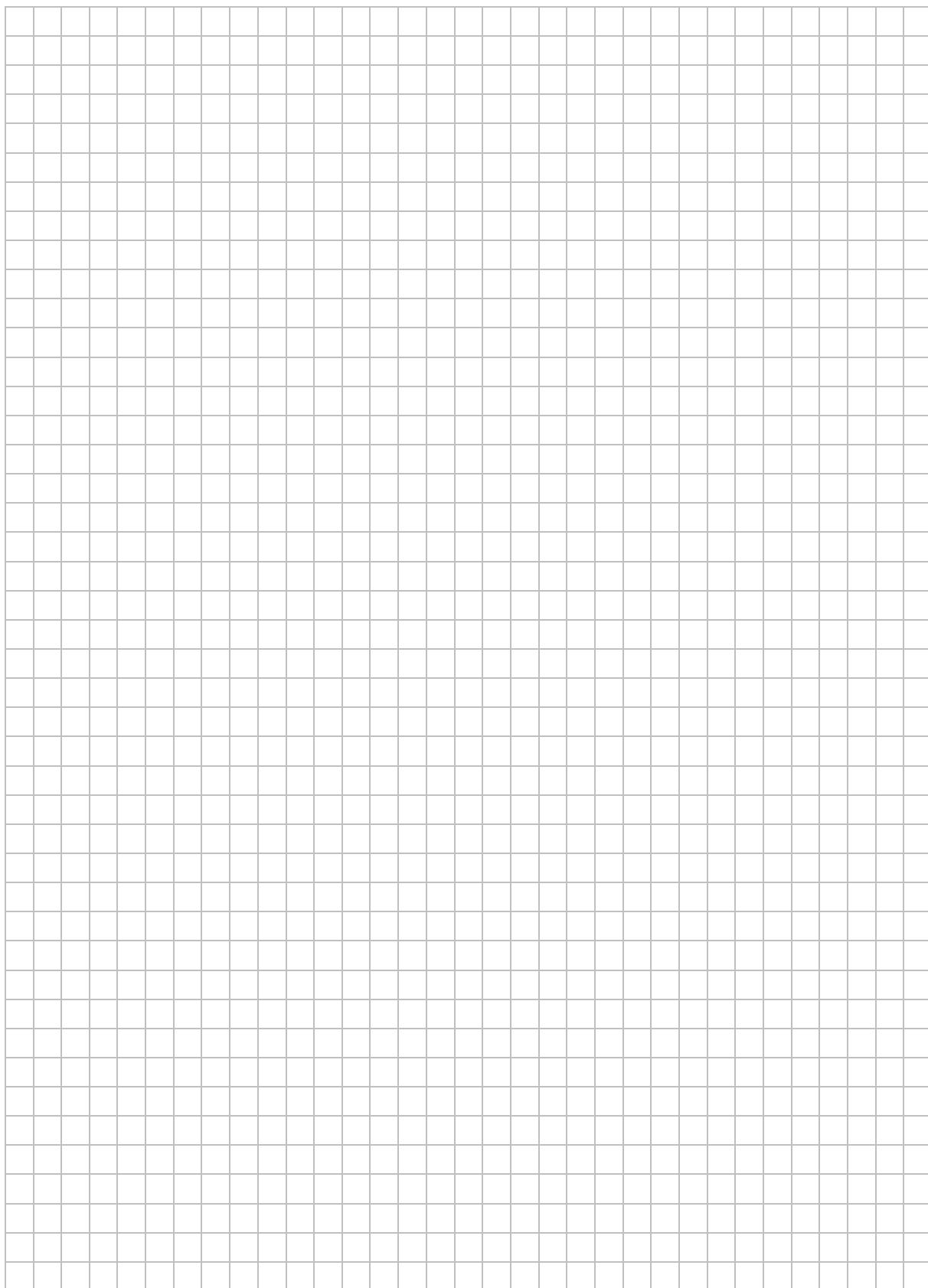


Odpowiedź:.....

**Zadanie 28. (0–2)**

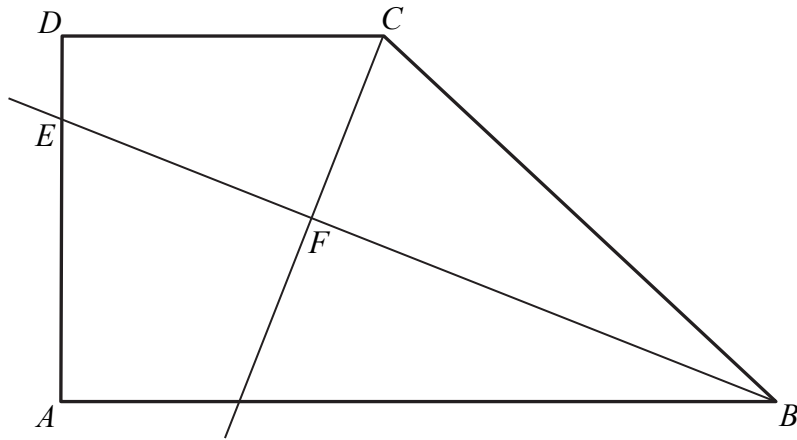
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność

$$x^4 + y^4 + x^2 + y^2 \geq 2(x^3 + y^3).$$

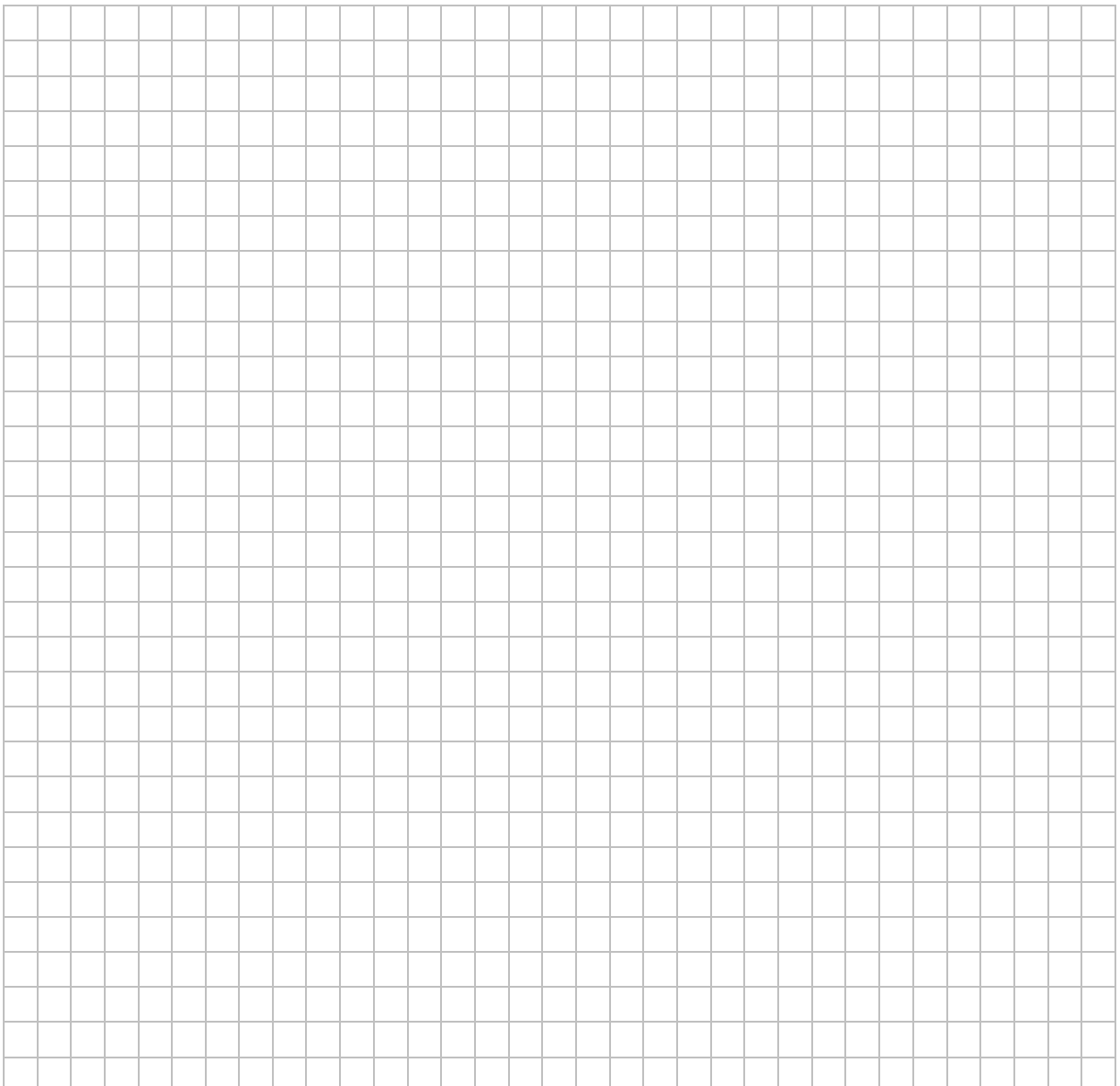


**Zadanie 29. (0–2)**

Dany jest trapez prostokątny  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$  oraz wysokości  $AD$ . Dwusieczna kąta  $ABC$  przecina ramię  $AD$  w punkcie  $E$  oraz dwusieczną kąta  $BCD$  w punkcie  $F$  (zobacz rysunek).

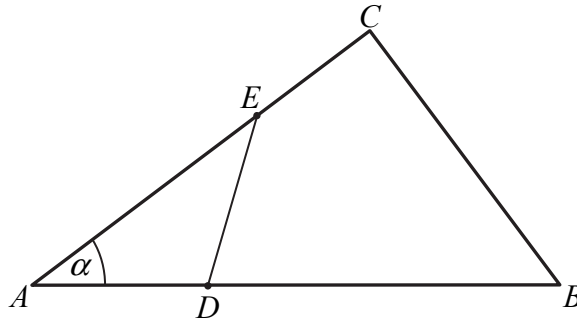


Wykaż, że w czworokącie  $CDEF$  sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.



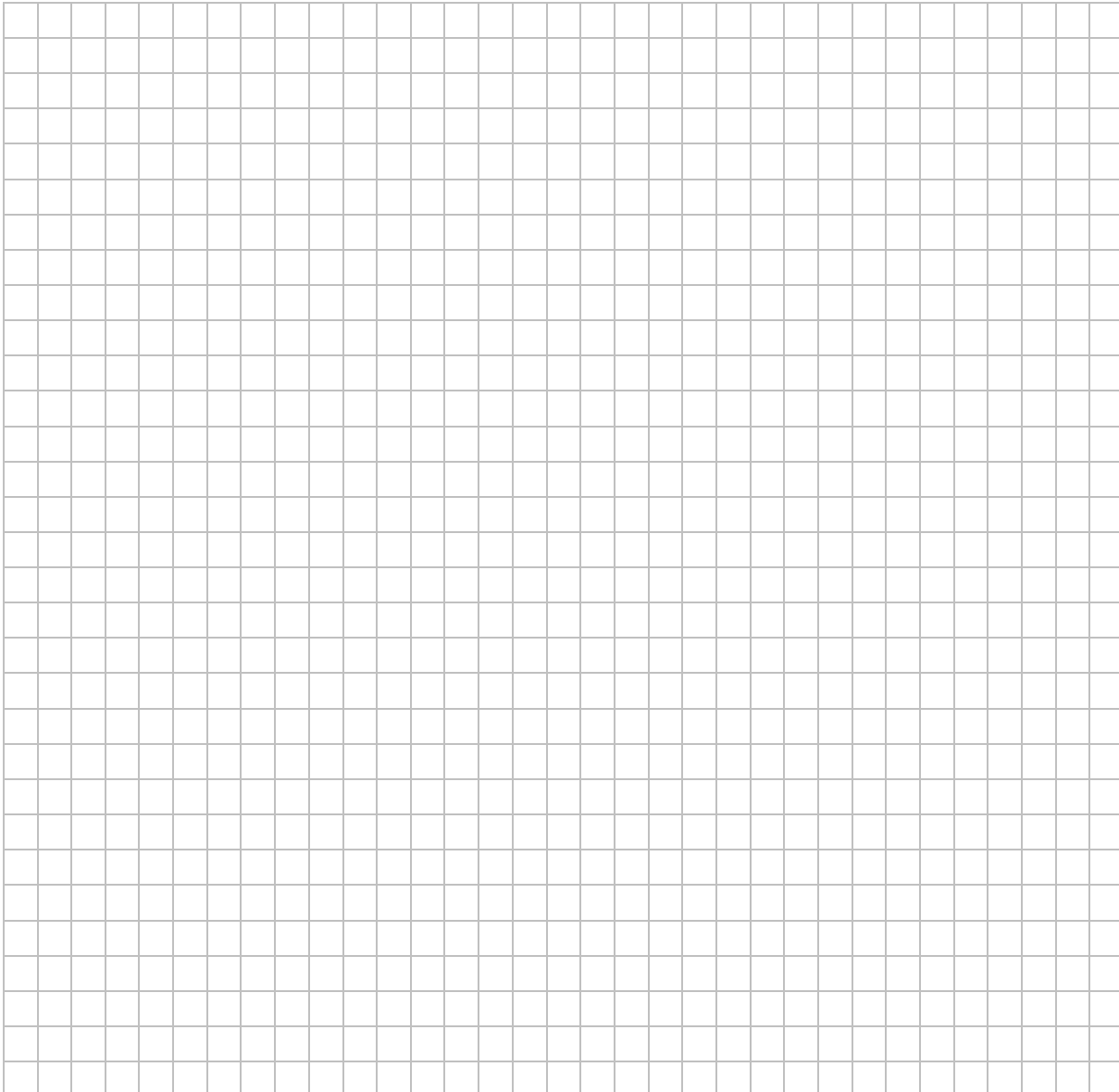
**Zadanie 30. (0–4)**

W trójkącie  $ABC$  dane są długości boków  $|AB|=15$  i  $|AC|=12$  oraz  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , gdzie  $\alpha = \sphericalangle BAC$ . Na bokach  $AB$  i  $AC$  tego trójkąta obrano punkty odpowiednio  $D$  i  $E$  takie, że  $|BD|=2|AD|$  i  $|AE|=2|CE|$  (zobacz rysunek).

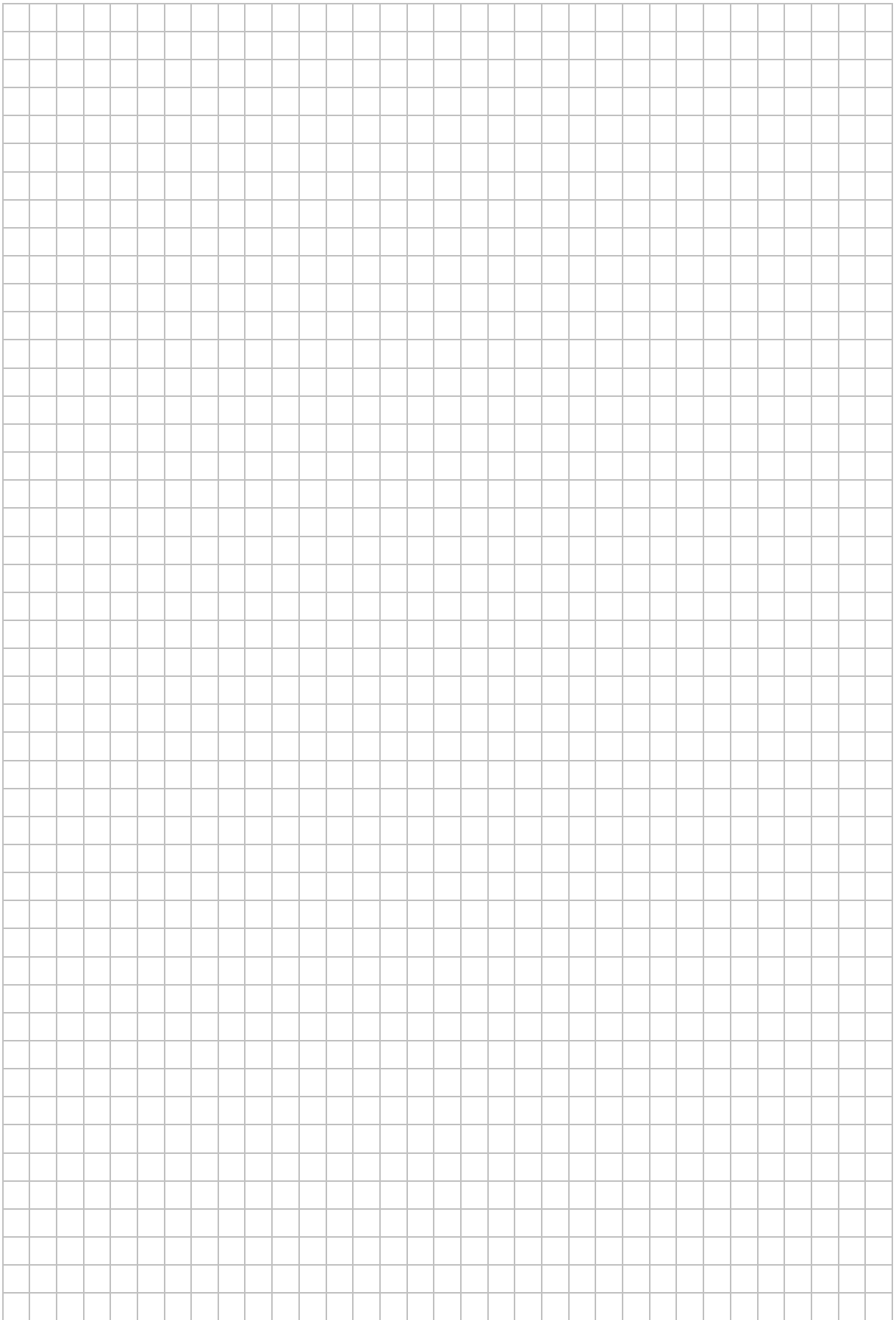


Oblicz pole

- trójkąta  $ADE$ .
- czworokąta  $BCED$ .



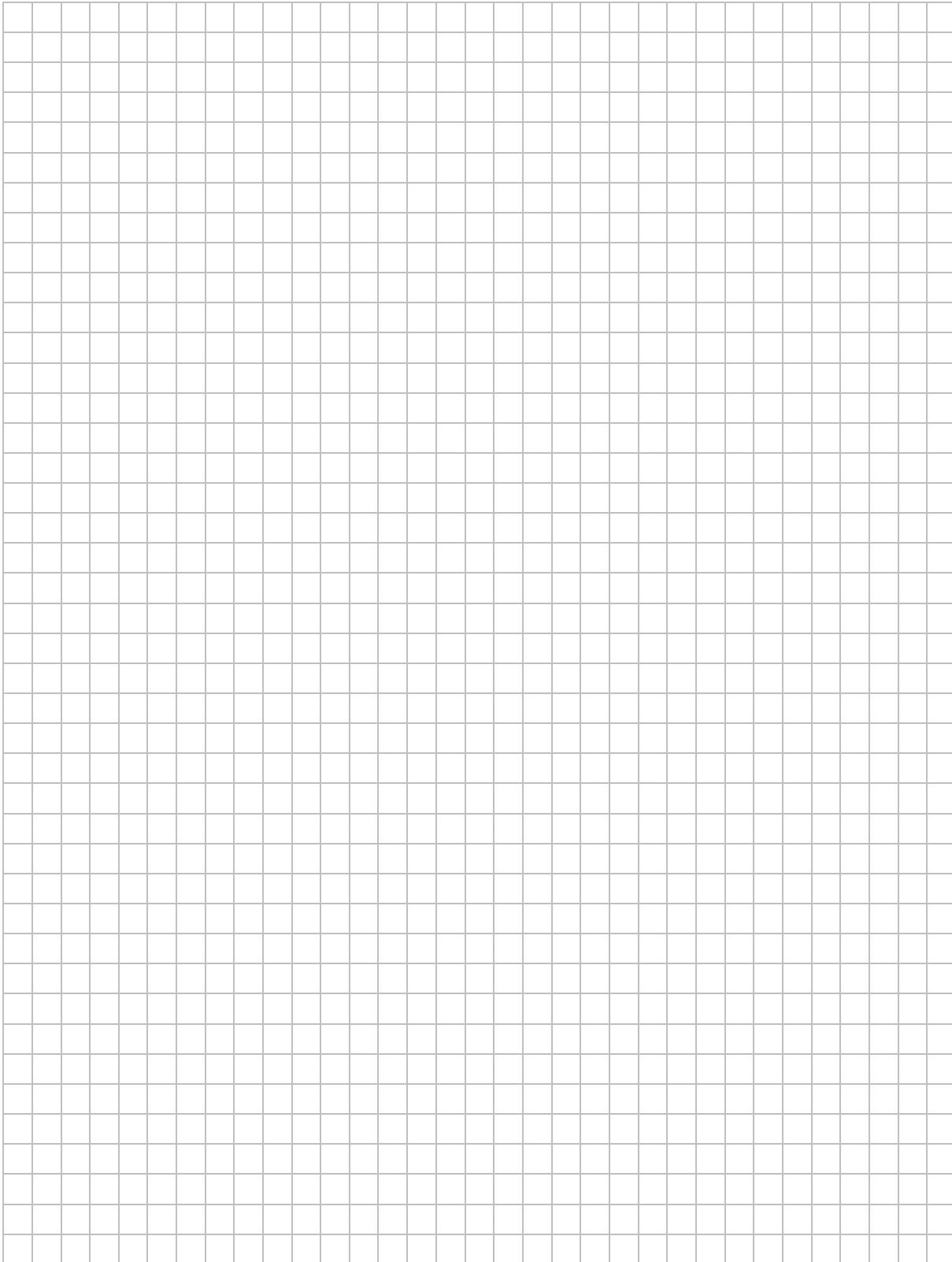




Odpowiedź:.....

**Zadanie 31. (0–5)**

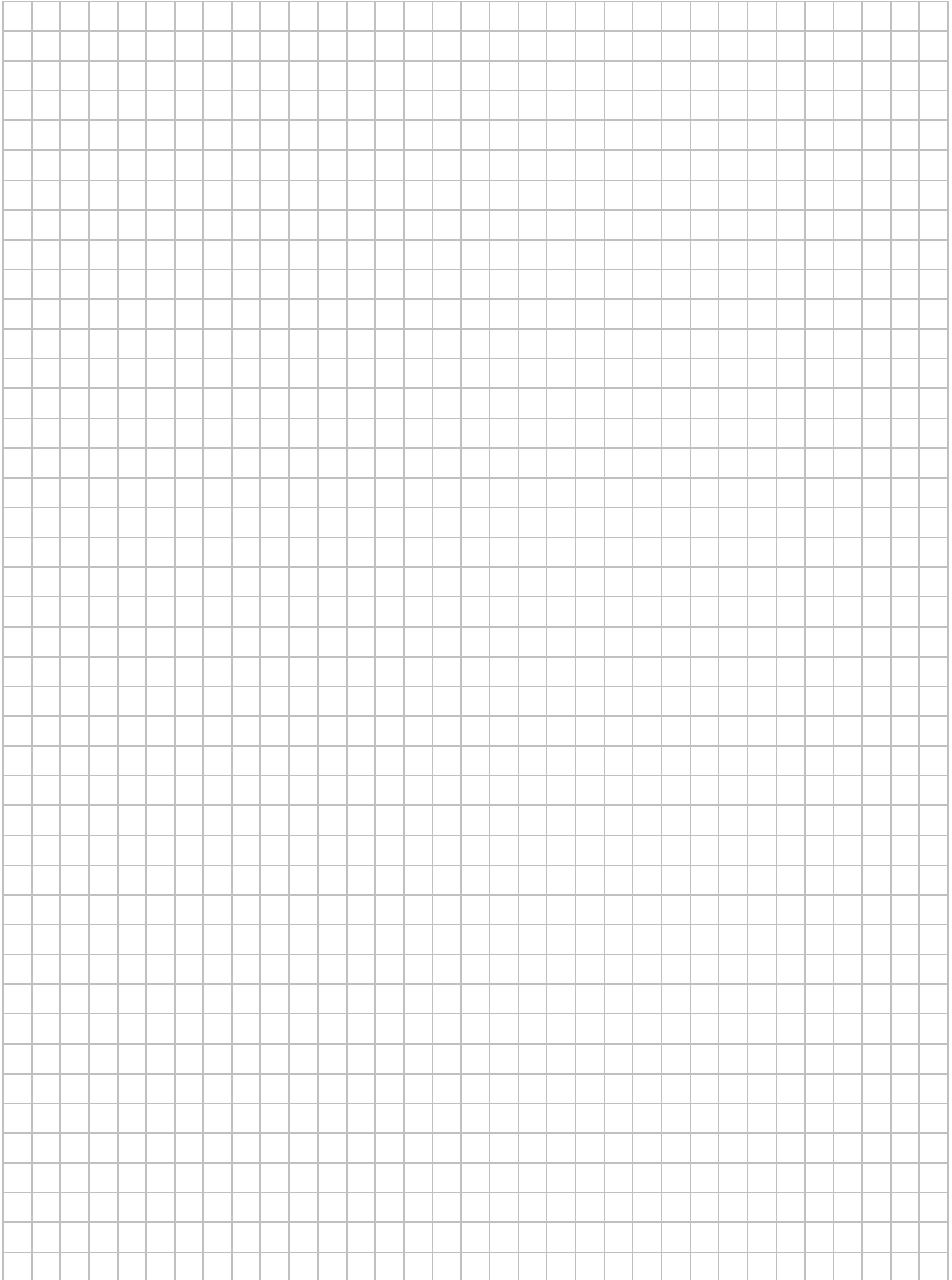
Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , w którym  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$  oraz  $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{12} = 2016$ . Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu  $(a_n)$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 32. (0–4)**

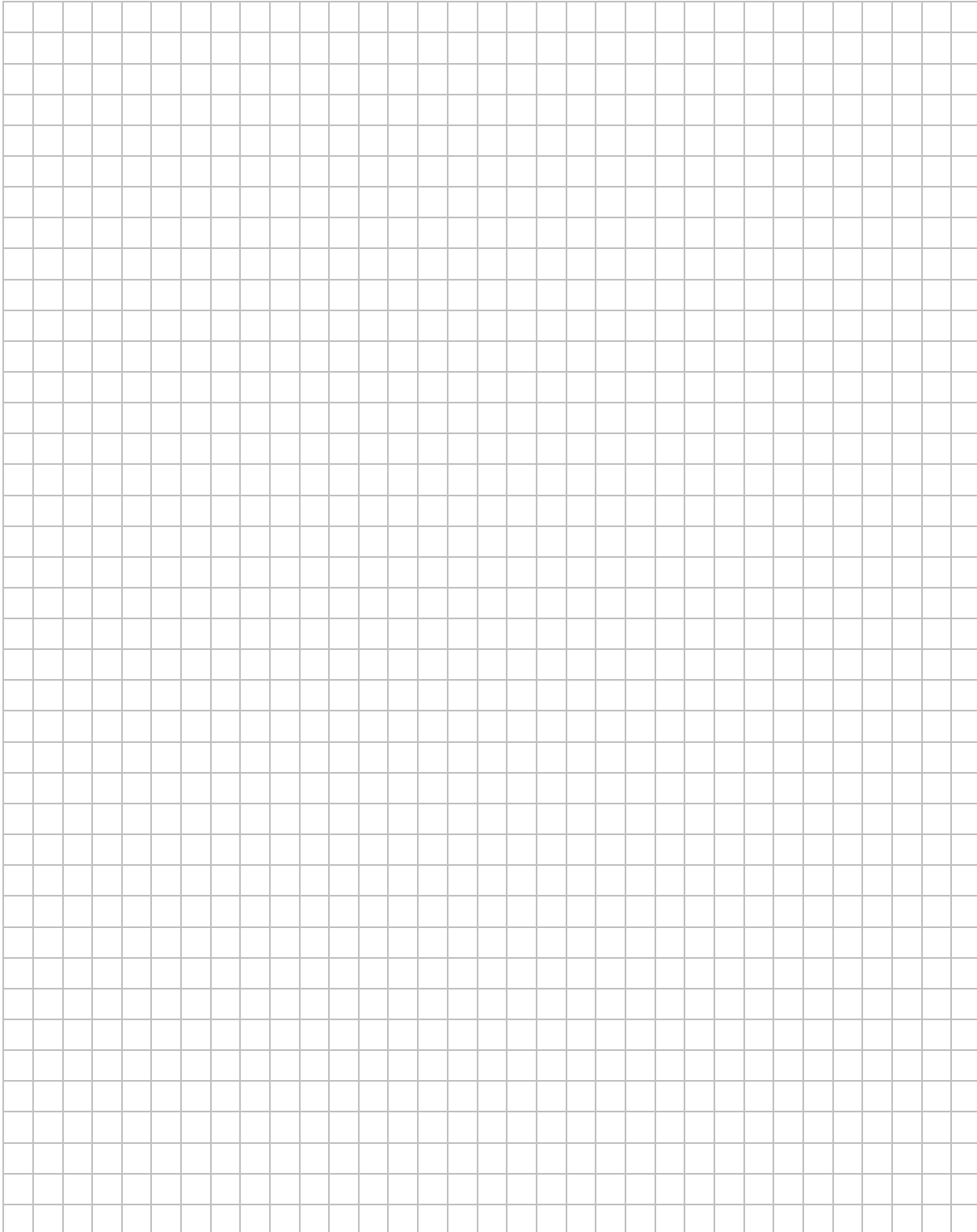
Dany jest stożek o objętości  $8\pi$ , w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy  $3:8$ . Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.



Odpowiedź:.....

**Zadanie 33. (0–4)**

Rejsowy samolot z Warszawy do Rzymu przelatuje nad Austrią każdorazowo tą samą trasą z taką samą zakładaną prędkością przelotową. We wtorek jego średnia prędkość była o 10% większa niż prędkość przelotowa, a w czwartek średnia prędkość była o 10% mniejsza od zakładanej prędkości przelotowej. Czas przelotu nad Austrią w czwartek różnił się od wtorkowego o 12 minut. Jak długo trwał przelot tego samolotu nad Austrią we wtorek?



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**