Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

LISTOPAD 2016

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Druga potęga liczby $\dfrac{\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\cdot 4^{-\frac{1}{4}}}{0{,}25}$ jest równa:

A. -2 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -4

Zadanie 2. (0–1)

Wiadomo, że $\log_5 50 = a$ i $\log_5 2 = b$. Zatem:

A. $\dfrac{a+b}{2}=1$ **B.** $\dfrac{a\cdot b}{2}=1$ **C.** $\dfrac{a}{b}=1$ **D.** $\dfrac{a-b}{2}=1$

Zadanie 3. (0–1)

W listopadzie pensja pana Jana była o 10% większa niż w październiku. W grudniu pensja pana Jana zmalała i wynosiła o 40% mniej niż w październiku. Średnia arytmetyczna pensji pana Jana w październiku, listopadzie i grudniu była:

A. o 10% mniejsza niż w październiku **B.** o 15% mniejsza niż w październiku
C. o 20% mniejsza niż w październiku **D.** o 5% większa niż w październiku

Zadanie 4. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności $(x-2)(2+x)<0$ to:

A. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ **B.** $(-\infty,4)$
C. $(-4,4)$ **D.** $(-2,2)$

Zadanie 5. (0–1)

Równanie $\dfrac{-3(9-x^2)(x+3)}{x(x+3)}=0$:

A. nie ma rozwiązania **B.** ma jedno rozwiązanie
C. ma dwa rozwiązania **D.** ma trzy rozwiązania

Zadanie 6. (0–1)

Liczba a spełniająca warunek $\dfrac{2+\sqrt{3}}{a+1}=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ jest równa:

A. -3 **B.** -2 **C.** 0 **D.** 2

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 7. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} y=(m+2)x+2m \\ (2m-1)x-m=y \end{cases}$ opisuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie dwie proste równoległe. Zatem liczba m jest równa:

A. 0 **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** 3 **D.** $\frac{1}{2}$

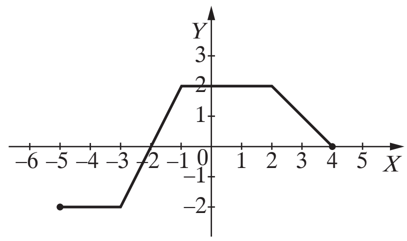
Zadanie 8. (0–1)

Suma pierwiastków równania $(x-2)(x+1)(x-3)=0$ jest równa:

A. -6 **B.** -4 **C.** 0 **D.** 4

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Najmniejszą wartością funkcji $g(x)=f(-x)$ w przedziale $\langle -4, -1\rangle$ jest liczba:

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 2

Zadanie 10. (0–1)

Dwusieczna kąta, pod którym przecinają się proste $y=x-1$ i $y=-x+1$, przechodzi przez punkt:

A. $P=(0,1)$ **B.** $P=(-1,-1)$ **C.** $P=(-1,1)$ **D.** $P=(1,0)$

Zadanie 11. (0–1)

W tabeli podano wartości funkcji liniowej $f(x)=ax+b$ dla wybranych trzech elementów należących do dziedziny funkcji.

x	-1	0	1
$f(x)$	-6	-4	-2

Zatem:

A. $f(2)=-8$ **B.** $f(2)=-6$ **C.** $f(2)=0$ **D.** $f(2)=8$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=ax+b$ dla $b=-3$ oraz $ab<0$. Wynika z tego, że funkcja f:

A. jest rosnąca **B.** jest malejąca
C. jest stała **D.** nie jest ani rosnąca, ani malejąca

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 13. (0–1)

Dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x)=(x-1)^2+2$ jest zbiór $\langle -2,+\infty)$. Zbiorem wartości tej funkcji jest:

A. $(-\infty,2\rangle$ **B.** $\langle 2,+\infty)$ **C.** $\langle 11,+\infty)$ **D.** $\langle 1,2\rangle$

Zadanie 14. (0–1)

Funkcja g jest opisana wzorem $g(x)=3^{x-1}+1$. Miejscem zerowym funkcji $h(x)=g(x+1)-4$ jest liczba:

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Zadanie 15. (0–1)

Ile liczb całkowitych należy do zbioru rozwiązań nierówności $x-1\le\frac{x(x-1)-x^2}{2}\le 1$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 16. (0–1)

Suma wszystkich liczb naturalnych dodatnich podzielnych przez 5 i mniejszych od 400 jest równa:

A. 15800 **B.** 16000 **C.** 16040 **D.** 31600

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla $n\ge 1$ i taki, że $a_1+a_2+a_3=18$. Wtedy:

A. $a_2=12$ **B.** $a_2=-3$ **C.** $a_2=6$ **D.** $a_2=4$

Zadanie 18. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=\sqrt{n-2}$ dla $n\ge 2$. Ile wyrazów tego ciągu jest mniejszych od 2?

A. 2 **B.** 4 **C.** 5 **D.** nieskończenie wiele

Zadanie 19. (0–1)

Ciąg $(a,2,c)$ jest geometryczny. Iloczyn wyrazów tego ciągu jest równy:

A. 8 **B.** 27 **C.** 64 **D.** 120

Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie prostokątnym kąty ostre mają miary α,β, przeciwprostokątna ma długość 13, a $\sin\alpha+\sin\beta=\frac{17}{13}$ i $\sin\alpha-\sin\beta=\frac{7}{13}$. Wynika z tego, że:

A. $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{5}{12}$ **B.** $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{12}{13}$ **C.** $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{10}{13}$ **D.** $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{12}{5}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

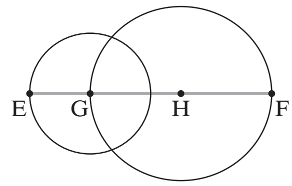
Zadanie 21. (0–1)

Kąt α jest kątem ostrym takim, że $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$. Zatem:

A. $0° < \alpha < 20°$ **B.** $21° < \alpha < 50°$ **C.** $51° < \alpha < 70°$ **D.** $71° < \alpha < 90°$

Zadanie 22. (0–1)

Punkty G i H są środkami okręgów. Punkt E leży na okręgu o środku w punkcie G, punkt F leży na okręgu o środku w punkcie H oraz $|GH| = 3$ i $|EF| = 8$ (patrz rysunek).



Wtedy pole koła ograniczonego okręgiem o środku w punkcie H jest większe od pola koła ograniczonego okręgiem o środku w punkcie G o:

A. 25π **B.** 9π **C.** 14π **D.** 5π

Zadanie 23. (0–1)

Przekątna AC dzieli trapez $ABCD$ na dwa trójkąty prostokątne równoramienne oraz $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle ADC| = 90°$. Najkrótszy bok trapezu ma długość a. Zatem najdłuższy bok ma długość:

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $2a$ **C.** $a + \sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{a}$

Zadanie 24. (0–1)

Okrąg o promieniu 3 jest wpisany w trójkąt prostokątny. Punkt styczności dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości 5 i 12. Obwód tego trójkąta jest równy:

A. 40 **B.** 34 **C.** 51 **D.** 64

Zadanie 25. (0–1)

Punkty A, M, B są współliniowe (punkt M leży między punktami A i B) i takie, że $A = (-23, -9)$, $B = (17, 21)$ oraz $|MB| = 3|AM|$. Iloczyn współrzędnych punktu M jest równy:

A. -18 **B.** $-14{,}5$ **C.** $19{,}5$ **D.** $11{,}5$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

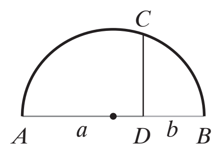
Rozwiąż nierówność $x(x-1) > 2(x+1) - 4$.

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że jeżeli $x > y$ i $2(x-1)(x+1)-2y(2x-y)=-1$, to $x-y=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest półokrąg oparty na średnicy AB. Punkt C leży na półokręgu, punkt D leży na średnicy, odcinki CD i AB są prostopadłe oraz $|CD| = \sqrt{2}$. Punkt D dzieli średnicę na odcinki a, b (patrz rysunek). Wykaż, że $ab = 2$.



Zadanie 29. (0–2)

Funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe. Jednym z nich jest liczba -3. Wierzchołek paraboli, będącej wykresem tej funkcji, znajduje się w punkcie $\left(-1, -8\right)$. Wyznacz wzór tej funkcji.

Zadanie 30. (0–2)

Prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych ma jeden punkt wspólny z parabolą $y=\left(x-1\right)^2+1$. Znajdź równanie tej prostej.

Zadanie 31. (0–2)

Gdy Anka miała tyle lat, ile Danka ma teraz, to była od niej trzy razy starsza. Gdy Danka będzie miała tyle lat, ile Anka ma teraz, Anka będzie miała 42 lata. Ile lat ma obecnie każda z dziewcząt?

Zadanie 32. (0–4)

Kąt rozwarty rombu ma miarę 2α. Suma długości przekątnych rombu jest równa 68 oraz $\operatorname{tg}\alpha = 2{,}4$. Oblicz obwód rombu.

Zadanie 33. (0–4)

Punkty $A=(-4,1)$ i $C=(-5,5)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Prosta $-x-y=0$ jest symetralną boku AB. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 34. (0–5)

Ciąg $\left(x-3, x, y\right)$ jest ciągiem arytmetycznym. Ciąg $\left(x, y, 2y\right)$ jest ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich. Znajdź wyrazy ciągu arytmetycznego oraz wyrazy ciągu geometrycznego.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-317-5
9 788378 793175