

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

MARZEC
2016

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log 7 + 2 \log 3$ jest równa liczbie:

- A. $\log 13$ B. $\log 16$ C. $\log 42$ D. $\log 63$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$ jest równa liczbie:

- A. $\frac{\sqrt[3]{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt[3]{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt[3]{11}}{3}$ D. $\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$

Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ jest równe:

- A. $\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{7}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ma:

- A. jedno miejsce zerowe: 2
B. jedno miejsce zerowe: -2
C. dwa miejsca zerowe: 2, -2
D. dwa miejsca zerowe: 0, -2

Zadanie 5. (0–1)

Jeśli $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{2}$ i $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, to:

- A. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$
C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$

Zadanie 6. (0–1)

Kwotę 10000 zł złożono w banku na dwa lata na 3% w stosunku rocznym. Odsetki są kapitalizowane w tym banku co pół roku. Po dwóch latach kwota ta wyniesie:

- A. $10000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^2$ B. $10000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4$
C. $10000 \cdot \left(1 + \frac{3}{200}\right)^2$ D. $10000 \cdot \left(1 + \frac{3}{200}\right)^4$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 7. (0–1)

Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = -4(x-1)^2 + 25$ są liczby:

- A. $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{5}{2}$ B. $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{7}{2}$
C. $x_1 = -\frac{7}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$ D. $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{7}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności $-x^2 > 2x$, to:

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ D. $(-2, 0)$

Zadanie 9. (0–1)

W okrąg o środku O wpisano trójkąt ostrokątny ABC . Jeśli $|\angle ACB| = 38^\circ$ i prosta l jest styczną do okręgu w punkcie B , to kąt ostry między tą styczną a bokiem AB trójkąta jest równy:

- A. $\alpha = 38^\circ$ B. $\alpha = 42^\circ$ C. $\alpha = 48^\circ$ D. $\alpha = 52^\circ$

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{-n^2 + 3n + 4}{n + 1}$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = 8 \cdot 2^x$ powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji $g(x) = 2^x$:

- A. o 8 jednostek w górę
B. o 8 jednostek w lewo
C. o 3 jednostki w górę
D. o 3 jednostki w lewo

Zadanie 12. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 + 4x + 10$ jest zbiór:

- A. $\langle 6, +\infty$ B. $\langle -2, +\infty$ C. $(-2, +\infty)$ D. $(6, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

W ciągu arytmetycznym jedenasty i piętnasty wyraz są odpowiednio równe 13 i 21. Pierwszy wyraz i różnica tego ciągu są równe:

- A. $a_1 = -7, r = -2$ B. $a_1 = -7, r = 2$ C. $a_1 = 7, r = -2$ D. $a_1 = 7, r = 2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 14. (0–1)

Prosta o równaniu $y = 3x + 1$ przecina prostą o równaniu $y = 5x + 3$ w punkcie:

- A. $P = (-1, -2)$ B. $P = (-2, -5)$ C. $P = (1, 4)$ D. $P = (1, 8)$

Zadanie 15. (0–1)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - mx + 1$. Prosta $x = 3$ jest osią symetrii wykresu funkcji f . Oznacza to że:

- A. najmniejszą wartością funkcji jest 6
B. najmniejszą wartością funkcji jest (-8)
C. najmniejszą wartością funkcji jest (-6)
D. najmniejszą wartością funkcji jest 8

Zadanie 16. (0–1)

Wiadomo, że $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4\sqrt{10}}{10}$ i α jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie $W = \sin \alpha \cos \alpha$ ma wartość:

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{4}{10}$ C. $\frac{5}{10}$ D. $\frac{6}{10}$

Zadanie 17. (0–1)

Jeżeli stosunek długości przyprostokątnej do długości przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym jest równy $\frac{12}{13}$, to jeden z kątów ostrych ma miarę α taką, że:

- A. $\operatorname{tg} \alpha = 12$ B. $\operatorname{tg} \alpha = 13$ C. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$ D. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{13}$

Zadanie 18. (0–1)

Jeżeli największy kąt trójkąta jest o 40° większy od drugiego kąta i pięć razy większy od trzeciego kąta, to najmniejszy kąt tego trójkąta ma miarę:

- A. 40° B. 30° C. 20° D. 10°

Zadanie 19. (0–1)

Jeśli $A = (5, 3)$ należy do prostej k równoległej do prostej l o równaniu $y = -2x + 7$, to prosta k ma równanie:

- A. $y = -2x - 13$ B. $y = -2x + 13$ C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ D. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Zadanie 20. (0–1)

Podano zestaw danych: 1, 2, 3, 4, 4, 5 i określono wagę dla liczb nieparzystych 0,3, a dla liczb parzystych 0,7. Średnia ważona tych danych jest równa:

- A. 3,2333... B. 3,22333... C. 3,3333... D. 3,2222...

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 21. (0–1)

Tworząca stożka jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Wysokość stożka ma długość 6. Objętość stożka jest równa:

- A. 48π B. 24π C. $12\pi\sqrt{3}$ D. $24\pi\sqrt{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Dwa najdłuższe boki trójkąta prostokątnego ABC mają długości 10 i 8. Najkrótszy bok trójkąta DEF podobnego do trójkąta ABC ma długość 9. Pole trójkąta DEF jest równe:

- A. 36 B. 48 C. 54 D. 60

Zadanie 23. (0–1)

Prosta l ma równanie $y = -\frac{1}{4}x - 1$. Prosta $k: y = \left(\frac{1}{2}m + 1\right)x - 5$ jest prostopadła do prostej l .

Oznacza to, że:

- A. $m = 3$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{5}{2}$ D. $m = 6$

Zadanie 24. (0–1)

Liczb trzycyfrowych nieparzystych o różnych cyfrach jest:

- A. $5 \cdot 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 4 + 4 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 4$
B. $5 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 5$
C. $9 \cdot 9 \cdot 5$
D. $10 \cdot 9 \cdot 4$

Zadanie 25. (0–1)

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną dolnej podstawy i wierzchołek górnej podstawy. Otrzymany przekrój jest trójkątem o polu 12. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

- A. $96\sqrt{3}$ B. $64\sqrt{3}$ C. $48\sqrt{3}$ D. $16\sqrt{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że jeśli suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wyraża się wzorem $S_n = \frac{5n^2 + 31n}{2}$, to wyraz ogólny jest równy $a_n = 5n + 13$.



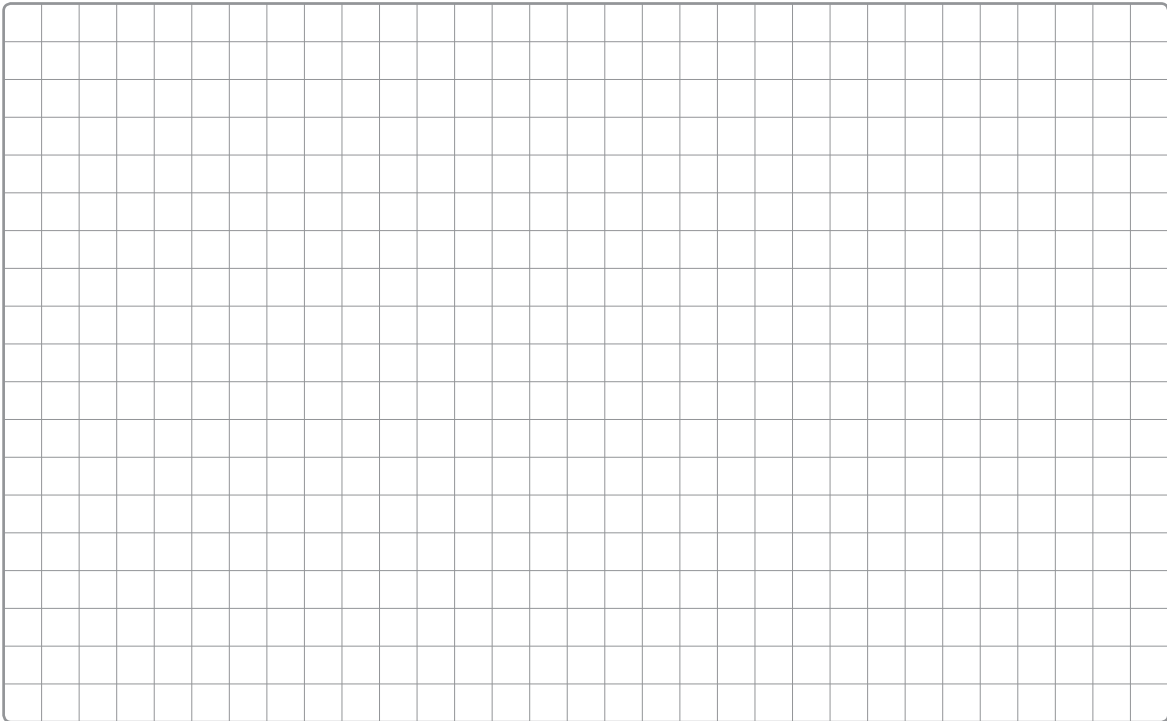
Zadanie 27. (0–2)

Rzucamy dwa razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn wyrzuconych oczek będzie podzielny przez 3.



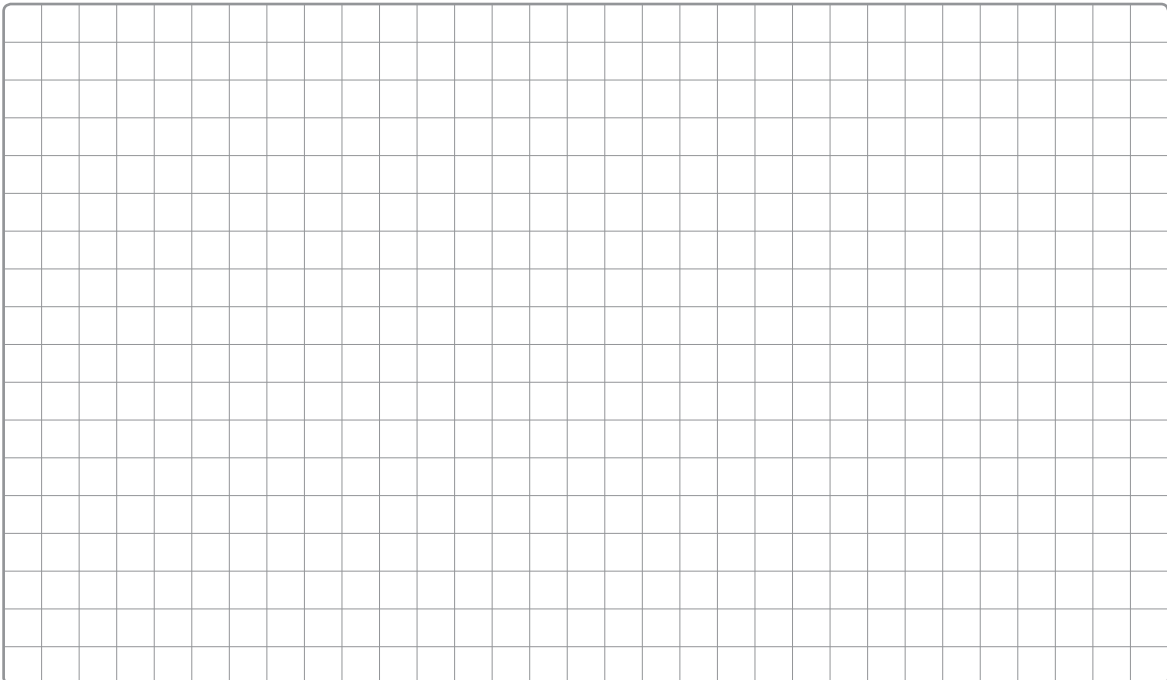
Zadanie 28. (0–2)

Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 - 4x$ w przedziale $\langle 0, 2 \rangle$.



Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że jeśli punkt $A = (x, y)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ i ciąg $(x, y, 27)$ jest geometryczny, to $x = \frac{1}{3}$.



Zadanie 30. (0–2)

Dany jest trójkąt równoboczny o boku $a = 12$. W ten trójkąt wpisano kwadrat w ten sposób, że jeden bok kwadratu jest zawarty w boku trójkąta, a dwa wierzchołki należą do pozostałych boków trójkąta. Wyznacz długość boku kwadratu.



Zadanie 31. (0–4)

Dane są trzy liczby, z których pierwsza jest dwukrotnością drugiej i trzecia jest o 3 większa od drugiej. Suma kwadratów tych liczb jest równa 945. Wyznacz te liczby.



Zadanie 32. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC o wysokości CD . Wiadomo, że $|BC|=10, |AB|=12$ i pole trójkąta jest równe $P=36$. Wyznacz długość boku AC .



Zadanie 33. (0–5)

Dany jest ostrosłup czworokątny, w którym dwie ściany są prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Podstawa ostrosłupa jest kwadratem o boku długości 4. Dwie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt 60° . Oblicz pole powierzchni bocznej bryły.



Zadanie 34. (0–2)

Dane są współrzędne wierzchołków trójkąta: $A = (-4, -2)$, $B = (0, 6)$, $C = (5, 1)$. Wyznacz długość środkowej CD tego trójkąta.



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

