KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Marzec 2017

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\frac{\sqrt{20}-2\sqrt{45}}{5^{\frac{1}{2}}}=\frac{2\sqrt{5}-6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=-4$
2.	A	$3^{-4}\cdot 27^{\frac{4}{3}}=\frac{m+6}{3}$ $3^{-4}\cdot 3^{4}\cdot 3=m+6$ $3=m+6$ $m=-3$
3.	D	Oprocentowanie miesięczne: $\frac{6\%}{12}=\frac{1}{2}\%=0,5\%=0,005$. Stan konta po dwóch miesiącach: $(1+0,005)^2\cdot a=(1,005)^2\cdot a$ (zł)
4.	A	$2+\log_3 4=\log_3 9+\log_3 4=\log_3 36=2\log_3 6$
5.	C	$y=-x+6$ – równanie prostej r $y=2x+3$ – równanie prostej p
6.	D	$\frac{x-1}{2}<\frac{x}{3}\ /\cdot 6$ $\qquad$ $2(x-2)\leq 4x\ /:2$ $3x-3<2x$ $\qquad$ $x-2\leq 2x$ $x<3$ $\qquad$ $x\geq -2$ $x\in\langle -2,\ 3)$
7.	B	$W=[(x-1)(x+1)]^2-1=(x^2-1)^2-1$ $W=(x^4-2x^2+1)-1=x^4-2x^2=x^2(x^2-2)$
8.	A	$b=0$ – wykres jest symetryczny względem osi OY $f(x)=-x^2+bx+c$ $f(x)=-x^2+c$ $f(c)=-c^2+c=0\Rightarrow c=0$ lub $c=1$, stąd $c=1$ (bo zgodnie z założeniem $c\neq 0$)
9.	A	$\Delta=(a+1)^2+12>0$ – równanie ma dwa pierwiastki

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
10.	B	$-8=\frac{a}{\frac{1}{2}}\Rightarrow a=-4$ $f(x)=\frac{-4}{x}$ $f(2)z+f(-1)=0$ $\frac{-4}{2}\cdot z+\frac{-4}{-1}=0$ $z=2$
11.	C	$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$, stąd $a=60°$ (α – kąt ostry) $90°-60°=30°$ – miara kąta, jaki tworzy przekątna z krótszym bokiem
12.	D	a, $2a$ – długości przyprostokątnych $a^2+(2a)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$ $a=1\vee a=-1,\ a>0$ $a=1$ $1+2=3$
13.	D	$M=\frac{\sin^2 77°+\sin^2 13°}{\mathrm{tg}120°\cdot\cos 150°}$ $M=\frac{\sin^2 77°+\cos^2 77°}{-\sqrt{3}\cdot\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2}{3}$
14.	A	$a_1+3r=4(a_1+r)$ $-3a_1=r$ $a_1+4r=11$ $a_1+4(-3a_1)=11$ $a_1=-1$
15.	B	$b_1+\frac{1}{2}\cdot b_1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot b_1=-\frac{7}{2}$ $b_1=-2$ $b_2=-2\cdot\frac{1}{2}=-1$ $b_2-b_1=-1+2=1$
16.	C	x – długość drugiego boku równoległoboku $\sqrt{3}\cdot x\cdot\sin 60°=6$ $\sqrt{3}\cdot x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=6$ $x=4$ $L=2\left(4+\sqrt{3}\right)\approx 11{,}5$ (cm)
17.	B	Kąty trójkąta CED: 20°, 20°, 140° Kąty trójkąta AED: 40°, 40°, 100° $\lvert\sphericalangle AEC\rvert=2\cdot\lvert\sphericalangle ADC\rvert=120°$

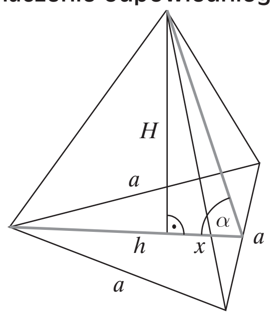
Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
18.	A	P_1 – pole kwadratu K_1 $\frac{5}{P_1} = \frac{1}{16}$ $P_1 = 80$ a – długość boku kwadratu K_1 $a^2 = 80$ $a = \sqrt{80}$ $L = 4\sqrt{80} = 16\sqrt{5}$
19.	D	$r = \sqrt{(-1+4)^2 + (1+3)^2} = 5$ $L = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$
20.	B	$S = (-1, -3)$ – środek odcinka AB Prosta SC: $y = -2x - 5$ $a + b = -2 - 5 = -7$
21.	A	$3m^2 = -\frac{1}{9m}$ $m^3 = -\frac{1}{27}$ $m = -\frac{1}{3}$
22.	C	$\lvert EF\rvert = \frac{1}{2}\lvert DB\rvert = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = a$
23.	C	Parę 3,4 można ustawić w liczbie na cztery sposoby. Są dwie możliwości wyboru miejsc dla 3 i 4: 34, 43. $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ – na tyle sposobów można ustawić pozostałe cyfry. Wszystkich możliwości jest: $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$
24.	C	b – liczba kul białych $b + 2b = 3b$ – liczba kul w urnie $\frac{b}{3b} \cdot \frac{2b}{3b-1} = \frac{1}{4}$ $b = 3$ $cz = 6$ – liczba kul czarnych
25.	B	Dane ustawione w ciąg rosnący: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4 Mediana: $m = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$ Średnia: $s = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{10} = 2{,}4$ $m > s$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
26.	I etap rozwiązania Przekształcenie nierówności, obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego i miejsc zerowych: $\frac{x^2-x}{2}>1$ $x^2-x-2>0$ $\Delta=1+4\cdot 2=9$ $x_1=-1,\ x_2=2$	1
	II etap rozwiązania Określenie zbioru rozwiązań nierówności: $x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$	2
27.	I etap rozwiązania Wyznaczenie x: $\log_3(\log_2 x)=0$ $3^0=\log_2 x$ $2^1=x$ $2=x$	1
	II etap rozwiązania Wykazanie prawdziwości równości: $\log x-\log\frac{1}{x+3}=1$ $\log x-\log\frac{1}{x+3}=\log\frac{x}{\frac{1}{x+3}}=\log\frac{2}{\frac{1}{5}}=\log 10=1$	2
28.	I etap rozwiązania Zapisanie równości wynikającej z podobieństwa trójkątów *ABD* i *CEB*, gdzie *E* – punkt przecięcia wysokości poprowadzonej z wierzchołka *C* z podstawą *AB*: x – długość podstawy *AB* trójkąta $\frac{\frac{x}{2}}{4a}=\frac{a}{x}$	1
	II etap rozwiązania Wyznaczenie długości podstawy: $x^2=8a^2$ $x=2\sqrt{2}\cdot a$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
29.	I etap rozwiązania Wykorzystanie związku między tangensem, sinusem i cosinusem tego samego kąta ostrego: $\mathrm{tg}\alpha = 2$ $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2$ $\sin\alpha = 2\cos\alpha$	1
	II etap rozwiązania Przekształcenie rozważanego wyrażenia: $W = \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha)^2}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{(2\cos\alpha - \cos\alpha)^2}{\cos\alpha + 2\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$ $W = \frac{\cos^2\alpha}{3\cos^2\alpha} = \frac{1}{3}$	2
30.	I etap rozwiązania Sprawdzenie, że pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji, należy do przedziału $\langle -2, 2\rangle$: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1 \in \langle -2, 2\rangle$ Obliczenie wartości funkcji w punkcie 1 oraz na krańcach przedziału $\langle -2, 2\rangle$: $f(1) = 4$ $f(2) = 3$ $f(-2) = -5$	1
	II etap rozwiązania Określenie najmniejszej oraz największej wartości funkcji w przedziale $\langle -2, 2\rangle$ i zbioru wartości: $f(-2) < f(2) < f(1)$ $Z = \langle -5, 4\rangle$	2
31.	I etap rozwiązania Znalezienie współrzędnych punktu B: $\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases}$ $B = (1, 4)$ Znalezienie współrzędnych punktu A: $A = (0, 1)$	1
	II etap rozwiązania Obliczenie długości boku a: $a = \lvert AB\rvert = \sqrt{(1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
32.	Niewielki postęp: Znalezienie wzoru na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego: $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - 6$	1
	Istotny postęp: Określenie początkowych wyrazów ciągu geometrycznego: $b_1 = 2, b_2 = 4, b_3 = 8$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Zapisanie wzoru na wyraz ogólny ciągu geometrycznego: $b_n = 2^n$	3
	Rozwiązanie pełne: Określenie wyrazu ciągu równego 1024: $2^n = 1024$, $n = 10$ $b_{10} = 1024$	4
33.	Niewielki postęp: Określenie liczby zdarzeń elementarnych: $\lvert\Omega\rvert = 100$	1
	Istotny postęp: Określenie liczby losów oznaczonych liczbami nieparzystymi: 50 Określenie liczby losów oznaczonych liczbami podzielnymi przez 7: 14 $(100 = 7 \cdot 14 + 2)$ Określenie liczby losów oznaczonych liczbami nieparzystymi podzielnymi przez 7: 7	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: wyciągnięty los oznaczony jest liczbą nieparzystą: $P(A) = \frac{50}{100}$ Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia B: wyciągnięty los oznaczony jest liczbą podzielną przez 7: $P(B) = \frac{14}{100}$ Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A \cap B$: wyciągnięty los oznaczony jest liczbą nieparzystą, która jest podzielna przez 7: $P(A \cap B) = \frac{7}{100}$	3
	Rozwiązanie pełne: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A \cup B$: wyciągnięty los oznaczony jest liczbą nieparzystą lub liczbą podzielną przez 7, czyli wyciągnięty los jest wygrywający: $P(A \cup B) = \frac{50}{100} + \frac{14}{100} - \frac{7}{100} = \frac{57}{100}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
34.	Niewielki postęp: Sporządzenie rysunku i zaznaczenie odpowiedniego kąta:  Zauważenie, że trójkąt utworzony przez wysokość ostrosłupa H, wysokość ściany bocznej i $\frac{1}{3}$ wysokości podstawy h jest prostokątny oraz zapisanie równości wynikającej z tego, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$: $\frac{H}{x} = \operatorname{tg}\alpha$ $\frac{H}{x} = \frac{3}{2}$ $x = \frac{2H}{3}$	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie wysokości podstawy: $h = 8\sqrt{3}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Wyznaczenie długości boku podstawy: $a = 16$	3
	Rozwiązanie zadania do końca, lecz z usterkami, np. błędami rachunkowymi: np. popełnienie błędów rachunkowych w obliczeniu pola podstawy ostrosłupa	4
	Rozwiązanie pełne: Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 16^2\cdot 4\sqrt{3} = 256$	5