

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD  
2017

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Równanie  $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + x - m) = 0$  ma cztery różne rozwiązania. Zatem zbiór wszystkich liczb  $m$  to:

- A.  $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$                       B.  $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) \setminus \{2, 6\}$   
C.  $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) \setminus \{-2, 6\}$                       D.  $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

### Zadanie 2. (0–1)

Liczbę naturalną  $n$  można zapisać w postaci  $n = x^4 y^2$ , gdzie  $x, y$  są liczbami pierwszymi. Zatem liczba różnych dzielników naturalnych liczby  $n$  jest równa:

- A. 15                      B. 13                      C. 10                      D. 8

### Zadanie 3. (0–1)

Liczba rozwiązań równania  $\sqrt{(2x^2 + 1)^2} = 3$  jest równa:

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

### Zadanie 4. (0–1)

Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez dwumian  $(x - 1)$  jest równa 4, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez  $(x + 3)$  jest równa  $(-16)$ . Wynika stąd, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez  $(x - 1) \cdot (x + 3)$  jest równa:

- A.  $5x + 1$                       B.  $-5x + 1$                       C.  $5x - 1$                       D.  $-5x - 1$

### Zadanie 5. (0–1)

Jeśli w ostrosłupie czworokątnym podstawą jest kwadrat i jedna z krawędzi bocznych o długości boku tego kwadratu jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa, to cosinus kąta między ścianami bocznymi nieprostokątnymi do płaszczyzny podstawy jest równy:

- A.  $-\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)





**Zadanie 8. (0–2)**

Dany jest okrąg o równaniu  $x^2 + y^2 - 14x + 6y + 54 = 0$ . Prosta  $l$  o równaniu  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$  przecina ten okrąg w punktach  $A, B$ . Oblicz długość cięciwy  $AB$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 9. (0–3)**

Wykaż, że nie istnieje styczna do hiperboli o równaniu  $y = \frac{4x}{x-3}$  prostopadła do prostej  $l$  o równaniu  $2x + 4y - 1 = 0$ .



**Zadanie 10. (0–4)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$ . Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–2)**

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$  zbieżny o pierwszym wyrazie dodatnim. Wykaż, że suma wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach nieparzystych jest większa lub równa od czterokrotności trzeciego wyrazu ciągu  $(a_n)$ .





**Zadanie 12. (0–3)**

Rozwiąż nierówność  $4 \cos^2 2x - 3 < 0$  dla  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–4)**

Wyznacz liczbę dwudziestocyfrowych liczb, których suma cyfr jest równa 4.

A large grid for writing the answer, consisting of 20 columns and 20 rows of small squares.

Odpowiedź: .....

**Zadanie 14. (0–4)**

Dane są punkty:  $A = (-1, -2)$ ,  $B = (1, 4)$ ,  $C = (-2, -10)$ ,  $D = (2, 2)$ . Wykaż, że odcinki  $AB$  i  $CD$  są równoległe. Wyznacz środek jednokładności  $S$  i dodatnią skalę  $k$  tak, aby obrazem odcinka  $AB$  w tej jednokładności był odcinek  $CD$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–4)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa  $a$ , a krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$ . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem  $\frac{\alpha}{2}$ . Oblicz pole otrzymanego przekroju.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 16. (0–4)**

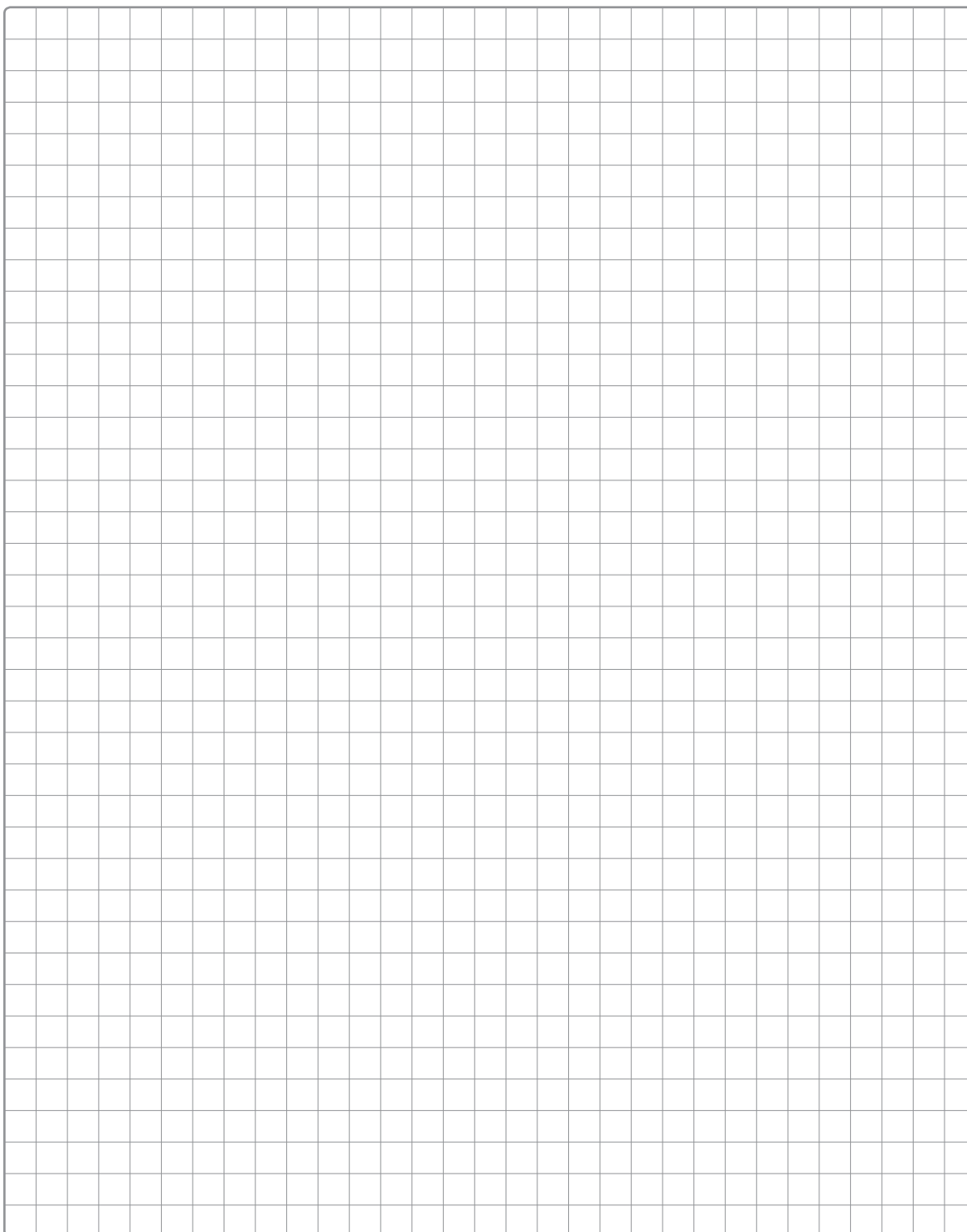
W urnie I jest 7 czarnych kul, a w urnie II są 3 czarne kule. Do tych urn wkładamy losowo w sumie 3 kule białe. Następnie losujemy urnę i z urny jedną kulę. Oblicz, ile należy wrzucić białych kul do urny I, aby prawdopodobieństwo wylosowania białej kuli z losowo wybranej urny było równe  $\frac{17}{72}$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 17. (0–4)**

Dane jest równanie  $x^2 + (2m + 1)x - 3m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{1}{4} = 0$ . Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru  $m$ , dla których to równanie ma dokładnie dwa różne rozwiązania mniejsze od 4.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 18. (0–7)**

W okrąg o promieniu  $R$  wpisano prostokąt  $ABCD$ . Wyznacz możliwie największe pole tego prostokąta.



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

