Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

MARZEC 2018

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–23.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (24.–32.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23 wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $7^{30}\cdot\left(35^3\right)^4$ jest podzielna przez:

A. 7^{43} **B.** 5^{13} **C.** 49^{21} **D.** 25^7

Zadanie 2. (0–1)

Jeśli $a=\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, to liczba a^3 jest równa:

A. $16\sqrt{2}$ **B.** $8\sqrt{2}$ **C.** 16 **D.** 4

Zadanie 3. (0–1)

Rozwiązaniem nierówności $x+\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)<\left(x+\sqrt{3}\right)^2$ jest przedział:

A. $\left(-\infty,\frac{6\left(1+2\sqrt{3}\right)}{11}\right)$ **B.** $\left(\frac{-6\left(1+2\sqrt{3}\right)}{11},+\infty\right)$

C. $\left(-2\sqrt{3},+\infty\right)$ **D.** $\left(-\sqrt{3},+\infty\right)$

Zadanie 4. (0–1)

Dany jest równoległobok $ABCD$ o wierzchołkach $A=(-1,-3)$, $B=(5,0)$, $C=(3,5)$. Prosta k zawiera bok CD tego równoległoboku. Oznacza to, że prosta k ma wzór:

A. $y=\frac{1}{2}x-\frac{13}{2}$ **B.** $y=-2x+11$ **C.** $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$ **D.** $y=-2x+1$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja f określona wzorem $f(x)=2(x+11)(1-x)$ jest rosnąca w przedziale:

A. $\left(-\infty,-5\right\rangle$ **B.** $\left(-\infty,5\right\rangle$ **C.** $\left\langle 5,+\infty\right)$ **D.** $\left\langle -5,+\infty\right)$

Zadanie 6. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-a}{x-5}=2$ jest liczba $\left(-\frac{1}{2}\right)$. Oznacza to, że liczba $2a$ jest równa:

A. -23 **B.** -21 **C.** 21 **D.** 23

Zadanie 7. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o wzorze ogólnym $a_n=4n-15$. Suma czterdziestu jeden wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 2829 **B.** 3261 **C.** 3260 **D.** 3280

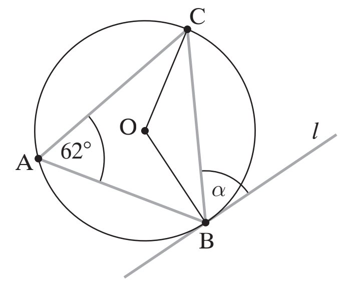
Zadanie 8. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny o ilorazie $q=7$. Suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 114. Oznacza to, że liczba odwrotna do wyrazu pierwszego jest równa:

A. -2 **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 2

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 9. (0–1)



Punkty A, B, C należą do okręgu o środku O i prosta l jest styczną do tego okręgu w punkcie B. Jeśli kąt CAB ma miarę 62°, to kąt α zaznaczony na rysunku ma miarę:

A. 62° **B.** 56° **C.** 32° **D.** 28°

Zadanie 10. (0–1)

Trójkąty prostokątne ABC i DEF są podobne. Przyprostokątne trójkąta ABC są równe $\frac{3}{2}$ i 2, a przeciwprostokątna trójkąta DEF jest równa 25. Wysokość trójkąta DEF poprowadzona na przeciwprostokątną jest równa:

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 12

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x)=(4m-4)x^2+(3k+6)x-11$ jest prostą równoległą do osi OX. Oznacza to, że:

A. $\begin{cases} m=1 \\ k=2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m=-1 \\ k=2 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} m=1 \\ k=-2 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} m=-1 \\ k=-2 \end{cases}$

Zadanie 12. (0–1)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez symetrię osiową względem osi OY wykresu funkcji $f(x)=2^x-4$ to:

A. $g(x)=2^x-4$ **B.** $g(x)=2^x+4$ **C.** $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x-4$ **D.** $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x+4$

Zadanie 13. (0–1)

Wyrażenie wymierne $W=\frac{x^4-x^2-12x-36}{x^2-5x+6}$ po skróceniu przyjmuje postać:

A. $W=\frac{(x-2)(x^2+x+6)}{x-3}$ **B.** $W=\frac{(x+2)(x^2+x+6)}{x-2}$

C. $W=\frac{(x-3)(x^2+x+6)}{x-3}$ **D.** $W=\frac{(x+3)(x^2+x+6)}{x-2}$

Zadanie 14. (0–1)

Trapez równoramienny $ABCD$ ma ramiona długości a i podstawy długości $2a$, $3a$. Stąd wynika, że miara jednego z kątów tego trapezu jest równa:

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Zadanie 15. (0–1)

Tworząca stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30°, a pole powierzchni bocznej jest równej $8\pi\sqrt{3}$. Wysokość stożka jest równa:

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 2 **D.** 4

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 16. (0–1)

Jeśli $A=(5,-6)$ i $S=(-3,-1)$ i S jest środkiem odcinka AB, to:

A. $B=(-11,-4)$ **B.** $B=(-11,4)$ **C.** $B=(11,-4)$ **D.** $B=(11,4)$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest o 2 większy od promienia okręgu wpisanego w trójkąt. Pole trójkąta ABC jest równe:

A. 12 **B.** 24 **C.** $12\sqrt{3}$ **D.** $24\sqrt{3}$

Zadanie 18. (0–1)

W pewnej grupie uczniów 30 osób uczy się języka angielskiego, 20 – uczy się języka rosyjskiego, a 25 – języka niemieckiego, przy czym 5 osób uczy się wszystkich trzech języków, 7 uczy się języka angielskiego i rosyjskiego, 6 uczy się języka niemieckiego i rosyjskiego oraz 9 uczy się języka angielskiego i niemieckiego. Wynika stąd, że tylko jednego języka uczy się:

A. 12 uczniów **B.** 19 uczniów **C.** 27 uczniów **D.** 46 uczniów

Zadanie 19. (0–1)

Liczba ujemnych wyrazów ciągu (a_n) o wzorze ogólnym $a_n=(4n+8)(2n-11)$ jest równa:

A. 8 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 20. (0–1)

Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego wyraża się wzorem $S_n=3\cdot(2^n-1)$. Drugi wyraz tego ciągu jest równy:

A. 3 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 12

Zadanie 21. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość 18. Wynika stąd, że pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe:

A. 648 **B.** 216 **C.** $216\sqrt{3}$ **D.** $648\sqrt{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Dane są dwa okręgi: jeden o środku $A=(3,-4)$ i promieniu $R=2$ i drugi o środku $B=(3,-9)$ i promieniu $r=3$. Te okręgi:

A. nie mają punktów wspólnych **B.** są styczne wewnętrznie
C. są styczne zewnętrznie **D.** przecinają się

Zadanie 23. (0–1)

Jeśli $3\mathrm{tg}\alpha+\dfrac{3}{\mathrm{tg}\alpha}=4$, to:

A. $\sin\alpha\cos\alpha=3$ **B.** $\sin\alpha\cos\alpha=4$ **C.** $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{3}{4}$ **D.** $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{4}{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 24.–32. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 24. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x-(3x-1)^2<(2+3x)^2-4x-23$.

Zadanie 25. (0–2)

Narysuj wykres funkcji $f(x)=\begin{cases} -x+2 & \text{dla } x\in\langle 2,+\infty) \\ x^2-4 & \text{dla } x\in(-\infty,2) \end{cases}$. Podaj maksymalny przedział, w którym funkcja jest rosnąca.

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \log_5(25 \cdot 2^n)$ jest arytmetyczny.

Zadanie 27. (0–2)

Wyznacz współczynniki a i b we wzorze funkcji $f(x) = \frac{a}{x+b}$, jeśli dziedziną funkcji jest zbiór $R \setminus \{-4\}$, a do wykresu należy punkt $P = \left(2, \frac{1}{2}\right)$.

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b spełniony jest warunek $5a^2 - 4a + b^2 - 6b + 11 > 0$.

Zadanie 29. (0–4)

W pudełku jest 5 kul białych i n czarnych. Z tego pudełka wyjęto dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Prawdopodobieństwo wylosowania kul jednokolorowych jest równe $\frac{13}{28}$.

Oblicz n.

Zadanie 30. (0–6)

Kąty ostre trapezu mają miary $45°$ i $60°$, wysokość ma długość 6, a obwód $L = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 12$. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 31. (0–3)

Dana jest prosta $l: y = \frac{1}{2}x + 4$ i leżący na niej punkt $A = (2, 5)$. Przez punkt A poprowadzono prostą k prostopadłą do prostej l. Oblicz pole trójkąta ograniczonego prostymi l, k i osią OX układu współrzędnych.

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny o podstawie ABC i wierzchołku S. Krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt $60°$. Objętość ostrosłupa jest równa $\frac{2}{3}\sqrt{3}$. Oblicz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-504-9
9 788378 795049