Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

MARZEC 2018

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą będącą rozwiązaniem nierówności $\left||x-3|+1\right|<5$ jest liczba:

A. -1 **B.** 0 **C.** 6 **D.** 7

Zadanie 2. (0–1)

Na przystanku tramwajowym czekało 6 osób. Podjechał tramwaj składający się z trzech wagonów. Liczby wszystkich możliwości wchodzenia tych osób do poszczególnych wagonów to:

A. 6^3 **B.** 3^6 **C.** $3!$ **D.** $6!$

Zadanie 3. (0–1)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x)=2x^2-5x-1$. Suma sześcianów miejsc zerowych tej funkcji jest równa:

A. $\frac{155}{8}$ **B.** $\frac{95}{8}$ **C.** $\frac{250+2\sqrt{33}}{64}$ **D.** $\frac{250-2\sqrt{33}}{64}$

Zadanie 4. (0–1)

Pole przekroju kuli o promieniu $R=26$ jest równe $P=576\pi$. Odległość płaszczyzny przekroju od środka kuli jest równa:

A. 5 **B.** 10 **C.** 15 **D.** 20

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sin x+\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ jest przedział:

A. $\left\langle -\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle$ **B.** $\langle -1,1\rangle$ **C.** $\left\langle -\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right\rangle$ **D.** $\langle -\sqrt{3},\sqrt{3}\rangle$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–8. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 9.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0–2)

Wiadomo, że $\cos\alpha = -\frac{3}{5} \wedge \alpha \in \left(\frac{1}{2}\pi, \pi\right)$. Oblicz wartość wyrażenia $\cos 3\alpha$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = \frac{3}{4} a_n \end{cases}$. Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu. Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności i początkową cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 8. (0–2)

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 12x + 31 = 0$ i prosta k o równaniu $y = 2x + 5$. Istnieją dwie styczne do danego okręgu równoległe do prostej k. Oblicz odległość między tymi stycznymi. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 9. (0–3)

Wyznacz współrzędne punktu na wykresie funkcji $f(x) = \dfrac{2x+5}{x+2}$ tak, aby styczna k poprowadzona do wykresu w tym punkcie była prostopadła do prostej l o równaniu $9x - y - 7 = 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–4)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\frac{x^2}{x-4}+\frac{x^3}{(x-4)^2}+\frac{x^4}{(x-4)^3}+\ldots$ Narysuj wykres tej funkcji.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–2)

Wykaż, że równanie $\sin^4 x + \cos^4 x = m$ ma rozwiązanie tylko wtedy, gdy $m \in \left\langle \frac{1}{2}, 1 \right\rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–3)

Wykaż, że $\frac{1}{\log_2 3}+\frac{1}{\log_5 3}+\frac{1}{\log_8 3}<4$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–4)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC i trójkąt równoboczny o boku długości przeciwprostokątnej AB trójkąta ABC. Pole trójkąta równobocznego jest dwa razy większe od pola trójkąta ABC. Wykaż, że kąty ostre trójkąta ABC mają miary 30° i 60°.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 8x = 0$. Z początku układu współrzędnych poprowadzono cięciwy tego okręgu. Wyznacz zbiór wszystkich środków tych cięciw i narysuj ten zbiór.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$, w którym długość krawędzi podstawy jest równa 4. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną BCD, która przechodzi przez krawędź podstawy BC i jest prostopadła do przeciwległej krawędzi bocznej ostrosłupa. Płaszczyzna przekroju odcina ostrosłup $ABCD$, którego objętość jest cztery razy mniejsza od objętości ostrosłupa $ABCS$. Oblicz długość krawędzi bocznej ostrosłupa $ABCS$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 16. (0–4)

Na spotkanie towarzyskie przyszło 10 par małżeńskich. Z tej grupy wylosowano trzy kobiety i trzech mężczyzn. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wybranych osób będzie dokładnie jedno małżeństwo.

Odpowiedź: ....

Zadanie 17. (0–4)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 8.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. (0–7)

Para liczb (x,y) jest jedynym rozwiązaniem układu $\begin{cases} kx-y=2k \\ x+ky=-k \end{cases}$. Wyznacz k tak, aby wartość wyrażenia $W=x+2y$ była największa. Wyznacz tę największą wartość.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-679-4